



# DEDICATED

TO

JAMES SUTCLIFFE ESQ M. A.

PRINCIPAL PRESIDENCY COLLEGE CALCUTTA,

REGISTRAR CALCUTTA UNIVERSITY &c. &c.

As a token of sincere esteem and gratitude

*By his*

Most obedient and dutiful pupil

The compiler.



# বিজ্ঞাপন

এই বৎসরের প্রারম্ভে আমরাদিগের মহামাণ্ড লেফ্টেন্যান্ট গবর্ণর বাহাদুর বর্ণাকুলার ও মাইনর স্কলার্শিপ পরীক্ষার জন্য অন্যান্য বিষয়ের মধ্যে পরিমিতিও নির্দেশ করিয়াছেন। কিছুদিন হইল পরিমিতিশাস্ত্র কলিকাতাবিশ্ববিদ্যালয়ের প্রবেশিকা পরীক্ষার্থও নির্দিষ্ট হইয়াছে। আর নর্ম্যাল স্কুল সমূহেও পরিমিতি পঠিত হইয়া থাকে। পরিমিতির জ্ঞান যে ব্যক্তিমাত্রেরই পক্ষে অত্যাবশ্যক তাহাতে আর সন্দেহ নাই। পরিমিতিশাস্ত্রে সূচাক-  
কপ জ্ঞান না জন্মিলে জরিপ করিতে পারা যায় না, স্তত্রাং পরিমিতিশাস্ত্র পাঠ্যমধ্যে নির্দিষ্ট হওয়াতে পরীক্ষার্থীদিগের সবিশেষ উপকার হইতে পারিবে। কিন্তু সংক্ষেপে ও সরল ভাষায় এই বিষয়ে কোন পুস্তক দেখিতে পাওয়া যায় না।

আমি এই অভাব নিরাকরণ করিবার উদ্দেশে হণ্টর, টড্‌হণ্টর প্রভৃতি নানাবিধ ইংরাজী ও ভাস্করাচার্য্য প্রণীত সংস্কৃত গ্রন্থাদি অবলম্বন করিয়া এই ক্ষুদ্র পুস্তকখানি প্রণয়ন করিয়াছি। ইহাতে সমুদয় নিয়ম সরল ভাষায় সূচাকরূপে বুঝাইবার চেষ্টা করিয়াছি। উদাহরণও বহুসংখ্যক দেওয়া হইয়াছে। ফলে ইহার প্রণয়নবিষয়ে আমি যথোচিত পরিশ্রম করিয়াছি। এক্ষণে ইহা দ্বারা পাঠার্থীদিগের কিঞ্চিৎমাত্র উপকার দর্শিলে আমি সমুদয় শ্রম সফল মনে করিব।

জাহ্নবারি

১৮৭৬।

} ,

শ্রীমুসিংহচন্দ্র শর্মা।







# পরিমিতি ।

বা

## ক্ষেত্রব্যবহার ।

প্রথম অধ্যায়—উপক্রমণিকা

প্রথম পরিচ্ছেদ ।

পরিভাষা ।

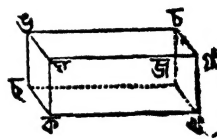
যে শাস্ত্র অধ্যয়ন করিলে রেখা, সমতল ক্ষেত্র ও ঘন অর্থাৎ নিরেট পদার্থের দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধের পরিমাণ, এবং ক্ষেত্র প্রভৃতির ক্ষেত্রফল ও ঘনফল জানা যায়, তাহার নাম পরিমিতি বা ক্ষেত্রব্যবহার ।

ক্ষেত্রব্যবহার সমতল ক্ষেত্রের পরিমিতি ও ঘন পদার্থের পরিমিতি, এই দুই প্রধান ভাগে বিভক্ত । সমতল ক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে দৈর্ঘ্য ও বিস্তার দুইটা মাত্র পরিমাণের বিষয় বিবেচনা করিতে হয় । কিন্তু ঘন পদার্থের ফলস্থির করিতে হইলে দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনটা পরিমাণের বিষয় বিবেচনা করিতে হয় ।

আমরা ইতস্ততঃ যে সমস্ত পদার্থ দেখিতে পাই, সমুদয়েরই দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনটা পরিমাণ বিদ্যমান আছে । ফলতঃ জগতে এরূপ কোন পদার্থই নাই, যাহার উল্লিখিত তিনটা পরিমাণের মধ্যে দুইটা মাত্র অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও বিস্তার,

অথবা একটীমাত্র, অর্থাৎ কেবল দৈর্ঘ্য বা কেবল বিস্তার, বিদ্যমান আছে । কিন্তু গণনা করিবার সময় আমরা দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনের মধ্যে একটী বা দুইটী পরিত্যাগ করিয়া কোন বিশেষ পদার্থকে দুইটীমাত্র বা একটীমাত্র পরিমাণবিশিষ্ট বলিয়া বিবেচনা করিতে পারি ।

মনে কর এই পার্শ্বস্থ চিত্রটী একটি চকোর কাষ্ঠখণ্ডের প্রতিকৃতি, অথবা যে কোন একটি ঘন পদার্থের প্রতীমূর্ত্তি । মনে কর কখ



ইহার দৈর্ঘ্য ; খগ বিস্তার, এবং খজ বেধ । এক্ষণে এই তিনটী পরিমাণের একটী ত্যাগ করিয়া কেবল দুইটী অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও বিস্তার গ্রহণ করা যাইতে পারে । তাহা হইলে কাষ্ঠখণ্ডটির কখগঘ প্রভৃতি এক একটি পৃষ্ঠ, এক একটি সমতল হইবে । সুতরাং সমতল ক্ষেত্রের কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার দুইটীমাত্র পরিমাণ আছে এরূপ নির্দেশ করা যায় । আবার যদি সমতল ক্ষেত্রের দুইটী পরিমাণের মধ্যে একটী পরিত্যাগ করা যায়, তাহা হইলে অপরটী অর্থাৎ উল্লিখিত চিত্রের এক একটি পার্শ্ব এক একটি রেখা হইবে । সুতরাং যাহার কেবল দৈর্ঘ্য আছে, বিস্তার ও বেধ নাই, তাহার নাম রেখা, এরূপ লক্ষণ করা গিয়া থাকে । রেখার দৈর্ঘ্য যদি এত অল্প হয়, যে উহার অনুভব হয় না, তাহা হইলে রেখার প্রান্তগুলিকে বিন্দু শব্দে নির্দেশ করা যায় । অর্থাৎ রেখার দৈর্ঘ্য পরিত্যাগ করিয়া দৈর্ঘ্য বিস্তৃতি প্রভৃতি পরিমাণবিহীন পদার্থকে বিন্দু কহা যাইতে পারে । ইহা দ্বারা স্পষ্টই প্রতীতি হইতেছে যে, বিন্দুর প্রসারণ অর্থাৎ

বুদ্ধিধারা রেখা উৎপন্ন হয়, রেখাধারা কোন অবকাশ পরিবদ্ধ হইলে তল বা পৃষ্ঠ উৎপন্ন হয়, এবং তল বা পৃষ্ঠ উপর্য্যধোভাগে চালিত বা বৃণিত হইলে ঘন পদার্থের উৎপত্তি হইয়া থাকে ।

পরিমিতি বা ক্ষেত্রব্যবহার পাঠ করিতে আরম্ভ করিবার পূর্বে সমগ্র পাটীগণিত ও কতিপয় জ্যামিতিক বিষয়ের বিশেষ জ্ঞান থাকা ছাত্রদিগের পক্ষে নিতান্ত আবশ্যিক । যে সকল জ্যামিতিক বিষয়ের জ্ঞান থাকা আবশ্যিক, ছাত্রদিগকে স্মরণ করাইবার জন্য তৎসমুদয় নিম্নে লিখিত হইতেছে । পাটীগণিতের বিষয় উল্লেখ করিবার প্রয়োজন নাই, কেবল এই মাত্র বলিলেই পর্য্যাপ্ত হইবে যে, পাটীগণিত অনুসারে বর্গমূলাকর্ষণ-প্রণালীটি বিশেষরূপে অনুশীলন করা বিধেয় ।

## জ্যামিতিক পরিভাষা ।

১ । যাহার অংশ নাই, অথবা যাহার দৈর্ঘ্য, বিস্তার, বেধ প্রভৃতি পরিমাণ নাই, তাহার নাম বিন্দু ।

বিন্দু কাগজে লিখিয়া প্রকাশ করিতে হইলে একটি কালির দাগ দিতে হয় । এইরূপ বিন্দু যতই ক্ষুদ্র হউক না কেন, উহার যে কিছু না কিছু পরিমাণ আছে, তাহা স্পষ্টই অনুভব হয়, অতএব পাঠার্থীরা এইরূপ লিখিত বিন্দুকে যেন জ্যামিতিক বিন্দু বলিয়া স্বনে করেন না । জ্যামিতিক বিন্দুর দৈর্ঘ্য বিস্তার প্রভৃতি কিছুই পরিমাণ নাই, এটা সূচাক্রমে ছাত্রদিগের হৃদয়-ঙ্গম হওয়া উচিত ।

২ । যাহার কেবল দৈর্ঘ্য আছে, বিস্তার নাই, তাহার নাম রেখা । রেখা দুই প্রকার, ঋজুরেখা ও কুটিল বা বক্ররেখা ।

একটি বিন্দু হইতে অপর একটি বিন্দুর দূরত্ব রেখা দ্বারা প্রকাশিত হয়। বিন্দুদ্বয়ের লঘুতম দূরত্বকে \*ঋজুরেখা\* কহে। অর্থাৎ যে রেখা উহার প্রান্তবিন্দুদ্বয়ের মধ্যে সর্বতোভাবে একাভিমুখে অর্থাৎ ঋজুভাবে অবস্থিত থাকে, তাহাকে ঋজুরেখা কহে। আর যে রেখা উক্ত লক্ষণাক্রান্ত নহে, তাহার নাম কুটিল রেখা ; বৃত্তের পরিধি একটি কুটিল রেখা।

কাগজে রেখা অঙ্কিত করিলে উহা যতই অপ্রশস্ত হউক না কেন, উহার কিছু না কিছু বিস্তার অবশ্যই থাকে। কিন্তু জ্যামিতিক রেখার কিছুমাত্র বিস্তার নাই, ছাত্রদিগকে এইটী বুঝিয়া লইতে হইবে।

রেখাগুলির দুই প্রান্ত দুইটি বিন্দু, উহাদের পরস্পর সম্পাত-স্থল ও বিন্দু।

৩। যাহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার এই দুইটি পরিমাণ আছে, কিন্তু বেধ নাই, তাহার নাম তল বা পৃষ্ঠ। তল দুই প্রকার। সমতল ও বিষম তল। যে তলে দুইটি বিন্দু কল্পনা করিলে বিন্দুদ্বয়ের যোজক রেখা সর্বতোভাবে উক্ত তলের সহিত মিলিত হয়, তাহার নাম সমতল। আর যাহা এরূপ নহে তাহার নাম বিষম তল।

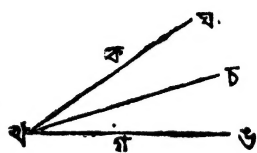
তলের সীমাগুলি রেখা এবং দুইটি তল পরস্পরকে ছেদ করিলে সেই অবচ্ছেদনস্থানেও রেখার উৎপত্তি হয়। সমতলের কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার আছে, কিছুমাত্র বেধ নাই, এটা বিশেষ করিয়া বুঝিতে হইবে। অতএব কাগজে অঙ্কিত তল প্রকৃত-প্রস্তাবে জ্যামিতিক তল নহে।

৪। যাহার দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনটি পরিমাণ আছে, তাহাকে ঘন পদার্থ কহে। পরিদৃশ্যমান যাবতীয় পদা-

এই ঘন পদার্থ। অর্থাৎ মাবতীয় পদার্থেরই দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ তিনটি পরিমাণই আছে।

৫। অভিন্নসমতলস্থ বিভিন্নমুখীন দুই ঋজুরেখা পরস্পর সংলগ্ন হইলে, উহাদের পরস্পর অবনতিকে সামন্তলিক ঋজু-রৈখিক কোণ বলে।

পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতিতে কখ ও গখ ঋজুরেখাদ্বয়, এক খ বিন্দুতে পরস্পর সংলগ্ন হইয়া কখগ নামক একটি কোণ উৎপন্ন করিতেছে। কোণা-



শ্রিত রেখাগুলিকে বর্দ্ধিত করিলে কোণের ক্ষতিবৃদ্ধি হয় না, উহা যেমন ছিল তাহাই থাকে। এই স্থলে কখ ও গখ ঋজুরেখাদ্বয়কে যথাক্রমে ঘ ও ঙ বিন্দু পর্য্যন্ত প্রসারিত করিলেও কখগ কোণের কিছুই পরিবর্ত হয় না।

যদি কোন একটি বিন্দুতে একটিমাত্র কোণ উৎপন্ন হয়, তাহা হইলে কোণাশ্রিত বিন্দুটির নামেই কোণটির নাম নির্দেশ করা যায়, যথা উপরিলিখিত চিত্রে উৎপন্ন কোণটির নাম খ কোণ। কিন্তু যদি কোন একটি বিন্দুতে দুইটি অপেক্ষা অধিক-সংখ্যক ঋজুরেখা পরস্পর সংলগ্ন হইয়া একাধিক কোণ উৎপন্ন করে, তাহা হইলে কোন একটি বিশেষ কোণের নাম নির্দেশ করিতে হইলে, কোণাশ্রিত ঋজুরেখাদ্বয়ের দুইটি প্রান্তবিন্দু ও কোণাশ্রিত বিন্দু এই ত্রিতয়ের নামদ্বারা কোণের নামনির্দেশ করিতে হয়, কিন্তু এরূপ স্থলে কোণাশ্রিত বিন্দুর নামাক্ষরটিকে তিনটি অক্ষরের মধ্যস্থলে রাখিতে হয়। যথা কখগ কোণ, ঘখচ কোণ, ঘখঙ কোণ ইত্যাদি। যে বিন্দুতে কোণোৎপাদক

রেখাগুলি পরস্পর সংলগ্ন হয়, সেই বিন্দুর নাম কোণের শৃঙ্গ বা চূড়া ।

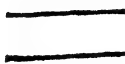
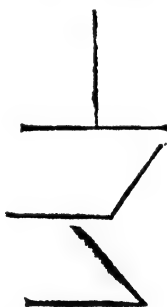
যদি কোন একটা কোণকে অপর একটা কোণের উপর একরূপে সংস্থাপিত করা যায় যে, একের উৎপাদক রেখাদ্বয় ঠিক অন্যের উৎপাদক রেখাদ্বয়ের উপর পড়ে ও উভয়ে মিলিয়া যায়, তাহা হইলে ঐ দুইটা কোণ পরস্পর সমান হয় । উপরিস্থ চিত্রে যদি ষথচ কোণ চখঙ কোণের সহিত সমান হয়, তাহা হইলে সমগ্র ষথঙ কোণ প্রত্যেকের দ্বিগুণ হইবে । এইরূপে একটা কোণ অপরের তিন গুণ, চারি গুণ প্রভৃতি হইয়া থাকে ।

৬। একটা ঋজুরেখার উপর অপর একটা ঋজুরেখা দাঁড় করাইলে যদি দণ্ডায়মান রেখাটির উভয় পার্শ্বস্থিত সন্নিহিত কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে উহাদের প্রত্যেকটিকে এক একটা সমকোণ কহে, এবং দণ্ডায়মান ঋজুরেখাটিকে শয়ান রেখার লম্ব কহে ।

৭। সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কোণকে স্থূল কোণ কহে ।

৮। সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর কোণকে সূক্ষ্মকোণ কহে ।

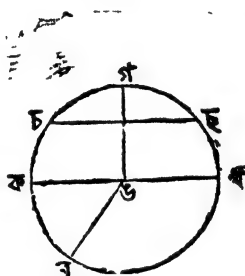
৯। অভিন্নসমতলস্থ যে দুই ঋজুরেখা উত্তরোত্তর উভয় দিকে বঙ্কিত হইলেও কখনই পরস্পর সংলগ্ন হয় না, তাহাদিগকে সমান্তর ঋজুরেখা কহে ।



১০। এক বা ততোধিক সীমাদ্বারা পরিবদ্ধ স্থানের নাম ক্ষেত্র।

১১। যে সমতল ক্ষেত্র একটা কুটিলরেখাদ্বারা একপে পরিবদ্ধ যে, উহার অভ্যন্তরীণ কোন নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার সীমাপর্য্যন্ত যতগুলি ঋজুরেখা টানা যায়, তৎসমুদয় পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে ঐ ক্ষেত্রকে বৃত্ত কহে। বৃত্তের সীমাসূচক কুটিল রেখার নাম পরিধি এবং বৃত্তের অভ্যন্তরীণ নির্দিষ্ট বিন্দুটির নাম কেন্দ্র।

কম্পাসনামক যন্ত্র যথেষ্ট বিস্তার করিয়া উহার একটা মুখ স্থির রাখিয়া অপর মুখটাকে সম্পূর্ণরূপে ঘুরাইয়া আনিলে বৃত্তক্ষেত্র অঙ্কিত হইতে পারে। অথবা এক গাছি শক্ত সূত্রের এক প্রান্ত স্থির রাখিয়া অপর প্রান্ত ঘুরাইয়া পূনর্বার পূর্বস্থানে আবৃত্ত করিয়াও বৃত্ত অঙ্কিত করা যায়।



১২। পরিধির যে কোন অংশের নাম চাপ বা ধনু। উপ-রিস্থ চিত্রে চগাছ বৃত্তখণ্ডের নাম ধনু।

১৩। বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া যে ঋজুরেখা পার্শ্বে পরিধি-পর্য্যন্ত গিয়া বিশ্রান্ত হয়, তাহার নাম বৃত্তের ব্যাস, এবং কেন্দ্র হইতে আরম্ভ করিয়া যে ঋজুরেখা পরিধিপর্য্যন্ত টানা যায়, তাহাকে ককট বা ব্যাসার্দ্ধ কহে। উপরিস্থ চিত্রে কখ ব্যাস, ও ওগ ব্যাসার্দ্ধ।

১৪। কোন ব্যাস ও তদ্বারা ছেদিত চাপ বা পরিধিখণ্ডের অন্তর্গত বৃত্তখণ্ডের নাম সামিবৃত্ত বা বৃত্তার্দ্ধ। কখগ একটা সামিবৃত্ত।



১৫। যে ঋজুরেখা চাপ বা পরিধিখণ্ডের উভয় পার্শ্ব পরস্পর সংযুক্ত করে, তাহাকে বৃত্তের জ্যা কহে। একটা জ্যা ও তদ্বারা ছেদিত পরিধিখণ্ডের অন্তর্গত ক্ষেত্রের নাম বৃত্তখণ্ড। উপরিস্থ চিত্রে চগছ ক্ষেত্র একটা বৃত্তখণ্ড।

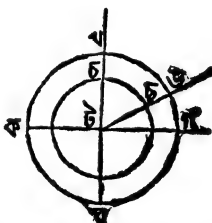
১৬। দুইটা (বিভিন্নমুখীন) ব্যাসার্দ্ধ ও তন্মধ্যস্থ চাপের অন্তর্গত ক্ষেত্রের নাম বৃত্তচ্ছেদ। উপরিস্থ চিত্রে কগঙ, গখঙ, কঘঙ, প্রত্যেকে এক একটা বৃত্তচ্ছেদ।

১৭। দুইটা ব্যাসার্দ্ধের পরস্পর সংযোগে উৎপন্ন কোণের নাম বৃত্তচ্ছেদ-কোণ।

১৮। দুইটা পরস্পর সমান্তর জ্যার অন্তর্গত বৃত্তাংশের নাম বৃত্তের কটিবন্ধ। উপরিস্থ ক্ষেত্রে চছখক ক্ষেত্র একটা কটিবন্ধ।

১৯। এক কেন্দ্রে হইতে ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্দ্ধ লইয়া যে সকল বৃত্ত অঙ্কিত করা যায়, তাহাদিগকে ঐককেন্দ্রিক বৃত্ত কহে।

উপরে কথিত হইয়াছে যে, পরিধির যে কোন অংশকে চাপ বা ধনু কহে। পার্শ্বস্থ বৃত্তে কখ ও খঙ এক একটা চাপ। বৃত্তের কেন্দ্রে হইতে কোন



নির্দিষ্ট চাপ বা ধনুর দুই প্রান্তে দুইটা ঋজুরেখা টানিলে ঐ উভয়ের মধ্যে যে একটা কোণ উদ্ভূত হয়, তাহার আপেক্ষিক পরিমাণ নির্দিষ্ট চাপ বা ধনু ও সমগ্র পরিধির যে পরস্পর সম্বন্ধ তদ্বারা প্রকাশিত হইয়া থাকে। অর্থাৎ কোন নির্দিষ্ট ধনুর সহিত সমগ্র পরিধির যে অনুপাত অর্থাৎ সম্বন্ধ, কোন নির্দিষ্ট ধনুর অভিমুখীন কোণের সহিত বৃত্তের কেন্দ্রাশ্রিত কোণসমষ্টিরও অবিকল সেই সম্বন্ধ, অর্থাৎ কোন নির্দিষ্ট ধনু, সমগ্র পরিধির যত অংশ ঐ

ধনুর উভয় প্রান্ত হইতে কেন্দ্রপর্যন্ত দুইটা ঋজুরেখা টানিলে, ঐ ঋজুরেখাদ্বয় যে কোণটি উৎপন্ন করে, তাহাও কেন্দ্রাশ্রিত কোণ-সমষ্টির তত অংশ। উপরিস্থ চিত্রে দুইটা এককেন্দ্রিক বৃত্ত রহিয়াছে। মনে কর বহিস্থ বৃত্তের খণ্ড ধনু বৃহত্তর বৃত্তের, অর্থাৎ যাহার ব্যাসার্দ্ধ টক ঋজুরেখা, তাহার সমগ্র পরিধির ষষ্ঠাংশ, তাহা হইলে অন্তরীণ বৃত্তের চছ ধনু ও অন্তরীণ ক্ষুদ্রতর বৃত্তের সমগ্র পরিধির ষষ্ঠাংশ হইবে। সুতরাং ট বিন্দুকে কেন্দ্র লইয়া যতই বৃত্ত অঙ্কিত করা যাউক না কেন, প্রত্যেক বৃত্তেরই টখ, ও টঙ, বা বর্দ্ধিত টখ, বা টঙ ঋজুরেখাদ্বয়ের অন্তর্বর্ত্তী ধনু নিজ নিজ সমগ্র পরিধির ষষ্ঠাংশ হইবে। এবং ঐ দুই ঋজুরেখার অন্তর্গত কোণ দুইটা যতই কেন বর্দ্ধিত হউক না, উহারা সর্বদাই বৃত্তের কেন্দ্রাশ্রিত কোণসমষ্টির ষষ্ঠাংশ হইবে।

কোন নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে ভিন্ন ভিন্ন দিকের অভিমুখ, অথবা ভিন্ন ভিন্ন দিক হইতে কোন নির্দিষ্ট বিন্দুর দিকে অভিমুখ দুইটা ঋজুরেখার পরস্পর সংযোগে কোণ উৎপন্ন হয়। অর্থাৎ এইরূপ ঋজুরেখাদ্বয়ের অন্তর্গত অবকাশের নাম কোণ। কোণাশ্রিত ঋজুরেখাদ্বয়ের ক্ষতিবৃদ্ধি দ্বারা কোণের হ্রাসবৃদ্ধি হয় না। এই জন্ত বিভিন্ন-মুখীন দুই ব্যাসার্দ্ধ বা কক্কটের পরস্পর অবনতিকেও কোণ বলা গিয়া থাকে। এই লক্ষণ দ্বারা স্পষ্টই বোধ হইবে যে, কোণাশ্রিত রেখাদ্বয়ের হ্রাসবৃদ্ধি দ্বারা কোণের হ্রাসবৃদ্ধি হয় না।

কোণ-পরিমাণের সুবিধার জন্য প্রত্যেক বৃত্তের পরিধিকে ৩৬০ সমান অংশ বা ধনুতে বিভক্ত করা হইয়া থাকে। এই ৩৬০ ভাগের প্রত্যেকটিকে এক একটা অংশ কহে। এই পারিভাষিক অংশগুলি কোণ-পরিমাণের নিয়ামকস্বরূপ ব্যবহৃত হয়। কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে কতিপয় ঋজুরেখা পরস্পর সংলগ্ন

হইলে উহাদের দ্বারা যতগুলি কোণ উৎপন্ন হইতে পারে, তৎসমুদয়ের সমষ্টি চারিটা সমকোণের সমষ্টিস্বরূপ। অর্থাৎ এক নির্দিষ্ট বিন্দুকে আশ্রয়পূর্বক উহার চতুর্দিকে যতগুলি কোণ উৎপন্ন হইতে পারে, তৎসমুদয়ের সমষ্টি একত্র সমবায়ে চারিটা সমকোণের সহিত সমান। ইহা ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ে সপ্রমাণ করা হইয়াছে। অতএব বৃত্তক্ষেত্রের কেন্দ্রকে আশ্রয় করিয়া উহার চতুর্দিকে কেন্দ্রভেদী ও আপরিধিবিশ্রান্ত ঋজুরেখাসমূহের পরস্পর সংযোগদ্বারা যতগুলি কোণ উৎপন্ন হইতে পারে, তৎসমুদয়ের সমষ্টিও চারিটা সমকোণের সহিত সমান। এক্ষণে প্রতিপন্ন হইতেছে যে, বৃত্তের পরিধি ৩৬০ সমান ভাগে বিভক্ত, ঐ ৩৬০ অংশের একটি বা একাধিক অথবা এক অপেক্ষা নূন সংখ্যাদ্বারা প্রকাশিত কেন্দ্রাশ্রিত কোণগুলি যতই ক্ষুদ্র বা বৃহৎ হউক না কেন, উহাদের পরিমাণ অতি সুন্দররূপে প্রকাশিত হইয়া থাকে। কোণের পরিমাণ নিম্নলিখিত প্রকারে প্রকাশ করা যায়। মনে কর যদি একটি কোণ, উহার শৃঙ্গ অর্থাৎ কোণিক বিন্দুকে কেন্দ্র, ও কোণোৎপাদক ঋজুরেখাদ্বয়ের যে কোন অংশকে দূরত্ব গ্রহণ করিয়া যে বৃত্তটি অঙ্কিত করিতে পারা যায়, তাহার সমগ্র পরিধির ৩৬০ ভাগের এক ভাগের অভিমুখীন হয়, তাহা হইলে উক্ত কোণের পরিমাণ এক অংশ হইবে। হইটী অংশের অভিমুখীন হইলে কোণটির পরিমাণ দুই অংশ হইবে। এইরূপে কোণটি পরিধির ৩৬০ অংশের যত অংশের অভিমুখীন হইবে, কোণের পরিমাণও তত অংশ বলিতে হইবে। যদি কোণটি বৃত্তপরিধির ৬০ সংখ্যক পারিভাসিক অংশ অর্থাৎ সমগ্র বৃত্ত পরিধির ষষ্ঠাংশের অভিমুখীন হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ ৬০ অংশ হইবে। হইটী ঋজুরেখার পরস্পর অবনতি ৪৫

অংশের সমান বলিলে এই বুঝাইবে যে, উক্ত ঋজুরেখাদ্বয় যে বিন্দুতে পরস্পর সংলগ্ন হইতেছে, যদি ঐ বিন্দুকে কেন্দ্র ও ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে যে কোনটীর যে কোন অংশকে দূরত্ব লইয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত করা যায়, তাহা হইলে সেই বৃত্তের সমগ্র পরিধির অষ্টমাংশ পরিমাণ ধনু সেই ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত হইবে। অর্থাৎ উক্ত ঋজুরেখাদ্বয়ের পরস্পর সংযোগে উৎপন্ন কোণ ৪৫ অংশ পরিমাণ হইবে।

যদি দুইটি ঋজুরেখা পরস্পর সংলগ্ন হইয়া ৯০ অংশপরিমাণ একটি কোণ উৎপন্ন করে, তাহা হইলে উক্ত কোণকে একটি সমকোণ কহে। অব্যবহিত পূর্বের চিত্রে কটখ, ও খটগ কোণদ্বয় প্রত্যেকে এক একটি সমকোণ। এইরূপ কোণকে সমকোণ বলিবার তাৎপর্য্য এই যে, উক্ত ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে একটিকে বর্দ্ধিত করিলে ঋজুরেখাটির অপর পৃষ্ঠে উৎপন্ন উন্নিখিত কোণের সন্নিহিত অর্থাৎ প্রত্যাসন্ন কোণটি উন্নিখিত কোণের সহিত সমান হইবে, অর্থাৎ কোণদ্বয় প্রত্যেকে এক একটি সমকোণ,\* এবং ঋজুরেখাদ্বয় পরস্পরের লম্ব। এক্ষণে স্পষ্টই প্রতিপন্ন হইল যে, একটি ঋজুরেখা অপর একটি ঋজুরেখার উপর দণ্ডায়মান হইলে যদি রেখাদ্বয়ের পরস্পর সংযোগে উৎপন্ন অন্যান্যসন্নিহিত কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে প্রত্যেকটিকে এক একটি সমকোণ কহে। সমুদয় জ্যামিতিক গ্রন্থে এই প্রকারেই সমকোণের লক্ষণ নির্দিষ্ট হইয়া থাকে।

সমকোণ অপেক্ষা ন্যূন কোণকে সূক্ষ্ম কোণ কহে। অর্থাৎ ৯০ অপেক্ষা ন্যূনসংখ্যক অংশের অভিমুখীন কোণের নাম সূক্ষ্ম কোণ। আর সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর অর্থাৎ ৯০ অপেক্ষা অধিকসংখ্যক অংশের অভিমুখীন কোণকে স্থূল কোণ কহে।

যদি বৃত্তের পরিধিকে ঠিক চারিটা সমান খণ্ডে বিভক্ত করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেক খণ্ডকে এক একটা সমকোণ থাকে। অতএব স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, বৃত্তাক্ষেপে সর্বসমেত দুইটা মাত্র সমকোণ থাকে।

হুম্ম গণনা করিবার জন্য প্রত্যেক অংশ আবার ৬০ সমান ভাগে বিভক্ত হয়, ইহাদের এক একটীর নাম কলা। অংশের ন্যায় কলাও ৬০ সমান ভাগে বিভক্ত হইয়া থাকে, এই ৬০ ভাগের এক একটীর নাম বিকলা। অংশ, কলা, ও বিকলা নিম্নলিখিত প্রকারে প্রকাশিত হয়। যথা:—(৬°); (৫′); (৪″); অর্থাৎ ৬০ অংশ; ৫ কলা; ৪ বিকলা।

২০। তিন বা ততোধিক ঋজুরেখার দ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রকে ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র কহে। ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের সীমাসূচক ঋজুরেখাগুলিকে উহার ভূজ কহে।

২১। তিনটা ঋজুরেখা দ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রের নাম ত্রিভূজ বা ত্র্যস্র।

২২। চারিটা ঋজুরেখা দ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভূজ বা চতুরস্র কহে।

২৩। চারি অপেক্ষা অধিকসংখ্যক ঋজুরেখা দ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রকে বহুভূজ কহে। পঞ্চভূজ, ষড়্ভূজ প্রভৃতি যাবতীয় ক্ষেত্রের সাধারণ নাম বহুভূজ। যে বহুভূজের সমুদয় ভূজ ও সমুদয় কোণগুলি পরস্পর সমান, তাহাকে সম অথবা নিয়ত বহুভূজ কহে।

২৪। যে ত্রিভূজের তিনটা ভূজই পরস্পর সমান, তাহাকে সমবাহু ত্রিভূজ কহে।



২৫। যে ত্রিভুজের দুইটি ভুজ  
পরস্পর সমান, তাহাকে সমদ্বিবাহু  
ত্রিভুজ কহে ।



২৬। যে ত্রিভুজের তিনটি ভুজই  
পরস্পর অসমান, একটিও অপরটির  
সমান নহে, তাহাকে বিষমবাহু ত্রিভুজ  
কহে ।



২৭। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটি  
সমকোণ আছে, তাহাকে সমকোণী  
ত্রিভুজ কহে। কোনত্রিভুজেরই একটি ও কোণ এক সমকোণ  
অপেক্ষা অধিক হইতে পারে না। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের  
অভিমুখীন ভুজের নাম কর্ণ। আর সমকোণটি যে দুই ভুজের  
অন্তর্গত, উহাদের মধ্যে একের নাম কোটি বা লম্ব, ও অপরটির  
নাম ভূমি ।



২৮। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটি  
স্থূল কোণ থাকে, তাহাকে স্থূলকোণী  
ত্রিভুজ কহে ।



২৯। যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই  
স্থূলকোণ, তাহার নাম স্থূলকোণী  
ত্রিভুজ ।

কোন ত্রিভুজের তিনটি ভুজের মধ্যে যে কোনটিকে উহার  
ভূমি বলা যাইতে পারে। যে ভুজটিকে ভূমিস্বরূপে গ্রহণ করা  
যায়, উহার অভিমুখীন কোণিক বিন্দু হইতে উহার উপর লম্ব-  
পাত করিলে, ঐ লম্বকে ত্রিভুজের উন্নতি বা উচ্চায় কহে ।

৩০। চতুর্ভুজ ক্ষেত্রগুলির মধ্যে যাহার পরস্পর অভিমুখীন ভুজগুলি সমান্তর, তাহার নাম সমান্তরিক ।

৩১। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের চারিটা কোণই সমকোণ, তাহাকে সমকোণী সমান্তরিক বা আয়তক্ষেত্র কহে ।

৩২। যে সমকোণী সমান্তরিকের চারিটা ভুজ পরস্পর সমান, তাহাকে সমচতুর্ভুজ, বর্গক্ষেত্র, বা সমচতুরস্র কহে ।

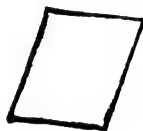
৩৩। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের চারিটা ভুজই পরস্পর সমান, কিন্তু যাহার একটা কোণও সমকোণ নহে, তাহাকে বিষমকোণী সমচতুর্ভুজ বা রম্বস কহে ।

৩৪। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের পরস্পর অভিমুখীন ভুজগুলি সমান, কিন্তু একটা কোণও সমকোণ নহে, তাহাকে রম্বৈড বা বিষমকোণী আয়ত কহে ।

৩৫। যে চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর অভিমুখীন ভুজগুলি সমান্তর নহে, তাহাকে ট্রাপিজিয়ম কহে ।

৩৬। যে চতুর্ভুজের কেবল দুইটা

ভুজ পরস্পর সমান্তর, তাহাকে ট্রাপিজিয়ড কহে ।



৩৭। যে ঋজুরেখা কোন চতুর্ভুজের দুইটি পরস্পর অভিমুখীন কোণকে সংলগ্ন করে, তাহাকে চতুর্ভুজের কর্ণ কহে। বহুভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর বিপ্রকৃষ্ট কোণদ্বয় যে ঋজুরেখাদ্বারা সংযুক্ত হয়, তাহাকেও বহুভুজের কর্ণরেখা কহে। সমকোণী ত্রিভুজের লম্বটাই উহার উন্নতি। স্থূলকোণী ত্রিভুজের ভূমিতে লম্ব টানিতে হইলে ভূমি বর্দ্ধিত করিতে হয়।

৩৮। সমান্তরিক ক্ষেত্রের চারি ভুজের যে কোনটিকে ভূমিস্বরূপে গ্রহণ করা যাইতে পারে। যে ভুজটিকে ভূমিস্বরূপে গ্রহণ করা হয়, উহার অভিমুখীন ভুজের যে কোন বিন্দু হইতে উহার উপর লম্ব টানিলে ঐ লম্বকে সমান্তরিকের উন্নতি কহে।

৩৯। যদি একটা ঋজুরেখা বৃত্তে সংলগ্ন হইয়া প্রসারিত হইলেও বৃত্তকে ভেদ না করে, তাহা হইলে উক্ত রেখাটী উক্ত বৃত্তকে স্পর্শ করিতেছে একরূপ বলা যায়, এবং উক্ত প্রকার রেখাকে বৃত্তের স্পর্শনী কহে।

৪০। সমানসংখ্যক ভুজবিশিষ্ট দুই ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের মধ্যে যদি একের ভুজগুলি অন্যের ভুজগুলির সহিত সমানুপাত হয় অর্থাৎ সমান সম্বন্ধ বহন করে, এবং প্রত্যেকের সমানুপাতী দুই দুই ভুজের অন্তর্গত কোণসকল, অন্যের তাদৃশ কোণসমূহের সহিত যথাক্রমে সমান হয়, তাহা হইলে উক্ত ক্ষেত্রগুলিকে পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র কহে। যদি ক্ষেত্রদ্বয়ের কোণগুলিই কেবল যথাস্থ সমান হয়, কিন্তু ভুজগুলি পরস্পর সমান সম্বন্ধ বহন না করে, তাহা হইলে ক্ষেত্রগুলিকে সদৃশ ক্ষেত্র বলা যাইতে পারে না। এইরূপ যদি কোন ক্ষেত্রদ্বয়ের ভুজগুলি পরস্পর সমান হয়, কিন্তু কোণগুলি সমান থাকে না, তাহা হইলেও ক্ষেত্র-

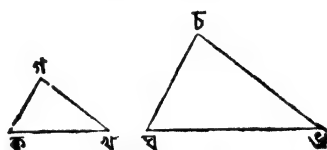


গুলিকে সদৃশ ক্ষেত্র বলা যায় না। কিন্তু ত্রিভুজ ক্ষেত্রদ্বয়ের মধ্যে, একের ভুজগুলি অন্যের ভুজগুলির সহিত সমানুপাতী হইলে ক্ষেত্রদ্বয় পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র হইবে, কারণ ত্রিভুজদ্বয়ের ভুজগুলি সমানুপাতী হইলেই উহাদের কোণগুলি ও পরস্পর সমান হইবে। এইরূপ ত্রিভুজদ্বয়ের কোণগুলি পরস্পর সমান হইলে উহাদের ভুজগুলি ও পরস্পর সমানুপাতী হইবে। মনে কর কখগ, ঘঙচ, হইটী

ত্রিভুজ, এবং ইহাদের কোণ-

গুলি পরস্পর সমান, অর্থাৎ ক

কোণ = ঘ কোণ ; খ কোণ =



ঙ কোণ ; এবং গ কোণ = চ কোণ। তাহা হইলে, সমান

সমান কোণের অভিমুখীন ভুজগুলি সমানুপাত হইবে। অর্থাৎ

যদি ঙচ ভুজ, খগ ভুজের দ্বিগুণ হয়, তাহা হইলে চঘ ভুজ ও

+ গক ভুজের দ্বিগুণ হইবে, যদি ঙচ ভুজ খগ ভুজের তিন গুণ

হয়, তবে চঘ ভুজ ও গক ভুজের তিন গুণ হইবে। ইত্যাদি।

এইরূপ ত্রিভুজগুলিকে পরস্পর সদৃশ ত্রিভুজ কহে। ত্রিভুজের

ন্যায় বহুভুজ ক্ষেত্রের বিষয়েও এই প্রকার বৃদ্ধিতে হইবে।

৪১। যদি কোন একটি বিন্দু এক্রূপে চালিত হয়, যে

অন্য একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার

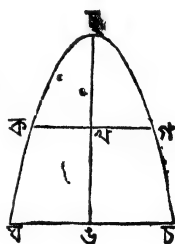
যে দূরত্ব, তাহা, ঐ চালিত বিন্দু

হইতে একটি নির্দিষ্ট ঋজুরেখার উপর

লম্বপাত করিলে বিন্দুটি যে স্থানে

অবস্থিত হউক না কেন, সর্বদাই ঐ

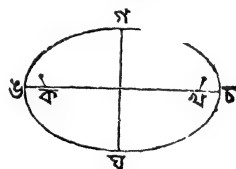
লম্বের সহিত সমান হয়, তাহা হইলে



ঐ চালিত বিন্দুর গতিবশতঃ যে কুটিল রেখা অঙ্কিত হয়, তাহাকে ক্ষেপণী বা প্যারাবোলা কহে ।

নির্দিষ্ট বিন্দুটির মধ্য দিয়া অঙ্কিত যে ঋজুরেখাটি প্যারাবোলাকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করে, তাহাকে উহার অক্ষদণ্ড কহে । উপরিস্থ চিত্রে ছুণ্ড ঋজুরেখাটি প্যারাবোলার অক্ষদণ্ড ।

৪২ । যদি একটি বিন্দু একরূপে চলিতে থাকে যে, যে কোন দুই নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার যে পৃথক্ পৃথক্ দূরত্ব ঐ উভয়ের সমষ্টি সর্বদা একই থাকে, তাহা হইলে উক্ত বিন্দুদ্বারা যে কুটিল রেখা অঙ্কিত হয়, তাহাকে বৃত্তাভাস বা ইলিপ্স ক্ষেত্র কহে । উল্লিখিত নির্দিষ্ট বিন্দুদ্বয়ের প্রত্যেকটিকে এক একটি অধিশ্রয় কহে । আর অধিশ্রয়দ্বয়-সংযোজকরেখা যে বিন্দুতে দুই সমান ধণ্ডে বিভক্ত হয়, তাহাকে কেন্দ্র কহে । কেন্দ্র ভেদ করিয়া যে ঋজুরেখা অধিশ্রয়দ্বয়ের মধ্য দিয়া পরিধি স্পর্শ করে, তাহাকে বৃহত্তর ব্যাস, ও কেন্দ্রের মধ্য দিয়া অঙ্কিত বৃহত্তর



ব্যাসের লম্ব পরিধি স্পর্শ করিলে উহাকে ক্ষুদ্রতর ব্যাস কহে ।

৪৩ । যদি কোন ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের অভ্যন্তরে আর একটি ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র একরূপে অঙ্কিত করা যায়, যে অভ্যন্তরীণ ক্ষেত্রটির কোণগুলি যথাক্রমে বহিস্থ ক্ষেত্রটির এক একটি ভূজের উপর অবস্থিত হয়, তাহা হইলে অভ্যন্তরীণ ক্ষেত্রটি বহিস্থ ক্ষেত্রের অভ্যন্তরে অঙ্কিত হইয়াছে বলিয়া নির্দেশ করা যায় ।

৪৪ । একটা ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র অন্য একটি ক্ষেত্রের বাহিরে যদি একরূপে অঙ্কিত হয় যে বহিস্থ ক্ষেত্রটির যাবতীয় ভূজগুলি অন্তরীণ ক্ষেত্রটির যাবতীয় কোণিক বিন্দুগুলির মধ্য দিয়া অতি-

১০। সমকোণ মাত্রই পরস্পর সমান।

১১। দুইটা ঋজুরেখা দ্বারা কোন অবকাশ পরিবদ্ধ হইতে পারে না।

১২। দুই ঋজুরেখার সহিত অন্য এক ঋজুরেখার সম্পাত হইলে, তাহার এক পৃষ্ঠের দুই অন্তরীণকোণ, যদি একত্র সমবাস্ত্রে দুই সমকোণ অপেক্ষা নূন হয়, তাহা হইলে যে পৃষ্ঠস্থ দুই কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা নূন, সেই দিকে ঐ দুই ঋজুরেখাকে উত্তরোত্তর বর্দ্ধিত করিলে অবশেষে তাহারা পরস্পর সংলগ্ন হইবে।

জ্যামিতির চিহ্ন নিরূপণ বা সাক্ষেতিক চিহ্ন।

= এই চিহ্নের নাম “সমিত”। এক রাশির সহিত অন্য রাশির সাম্য থাকিলে তাহা এই চিহ্নের দ্বারা প্রকাশিত হয় যথা, ৩ ফুট = ১ গজ।

+ এই পতঙ্গাকার চিহ্নের নাম “ধন” বা “সংহিত”। দুই রাশির মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হইলে উভয়কে পরস্পর সংযোগ করিতে হয়। যথা, ২+২=৪।

— এই চিহ্নের নাম “ঋণ” বা “হীনিত”। দুই রাশির মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হইলে উহাদের মধ্যে গুরুতর রাশি হইতে লঘুতর রাশির বিয়োগ করিতে হয়। যথা ৪—২=২।

× এই বজ্রাকার চিহ্নের নাম “গুণ”। দুই বা ততোধিক রাশি পরস্পর গুণ করিতে হইলে উহাদের মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহার করিতে হয়। যথা ২×২=৪। কোন রাশি সেই রাশি দ্বারা গুণিত হইলে গুণফলকে ঐ রাশির বর্গ কহে। যথা ৫ এই রাশির বর্গ ২৫।

কোন রাশিকে সেই রাশি দ্বারা পুনঃ পুনঃ গুণ করিলে যতবার গুণ করা যায়, তৎসংখ্যক অঙ্কে ঐ রাশির মস্তকের ডানি দিকে ক্ষুদ্রাকারে বসাইয়া দিলে সেই গুণফল ব্যক্ত হয় । যথা  $৫ \times ৫ = ২৫$ , ইত্যাদিকে যথাক্রমে ৫ এই রাশির বর্গ, বা দ্বিঘাত, ঘন বা ত্রিঘাত ইত্যাদি কহে । রাশির ডানিদিকে লিখিত ক্ষুদ্রাকার রাশির নাম ঐ রাশির শক্তি ।

÷ এই চিহ্নের নাম ভাজক । যে যে রাশির মধ্যে এই চিহ্ন থাকে তাহাদের প্রথমকে দ্বিতীয় দ্বারা হরণ করিতে হয় । যথা  $২০ \div ৫ = ৪$  । হার্য রাশি হারক রাশির উপরে এইরূপে থাকিলেও ঐ হরণের অর্থ বুঝায়, যথা  $\frac{৩}{৫} = ৩ \div ৫$  ।  $\frac{৩}{৫}$  এইরূপ রাশিকে ভগ্নাংশ কহে । ৩, ভগ্নাংশের লব, ও ৫ ভগ্নাংশের হর ।

✓ এই চিহ্নের নাম মূলজ বা মৌলিক । কোন রাশির বামদিকে এই চিহ্ন থাকিলে বুঝিতে হইবে যে, ঐ রাশির বর্গ-মূল নিষ্কাশিত করিতে হইবে, অর্থাৎ সেই রাশিকে এমন ভাগ করিতে হইবে সেই ভাগফলকে দ্বিঘাত করিলে পূর্বরাশি উৎপন্ন হইবে । যথা,  $\sqrt{৯} = ৩$  ।

এক রাশির সহিত অন্য রাশির যে সম্বন্ধ তাহার নাম অনুপাত । অনুপাত প্রকাশার্থ কয়েকটা বিন্দুমাত্র ব্যবহৃত হইয়া থাকে । যথা,  $২ : ৩ :: ৪ : ৬$ , অর্থাৎ ২ দুই এই রাশির ৩ এই রাশির সহিত যে সম্বন্ধ, ৪ এই রাশির ৬ এই রাশির সহিত অবিকল সেই সম্বন্ধ । অনুপাত ভগ্নাংশের আকারেও প্রকাশ করা যায় । যথা,  $\frac{২}{৩} = \frac{৪}{৬}$  ।

উপরি উক্ত কয়েক প্রকার চিহ্ন ব্যতীত অঙ্ক কসিবার সুবিধার জন্য ( ), [ ], { }, ইত্যাদি নানা প্রকার বন্ধনী ব্যবহৃত হইয়া থাকে ।

প্রথম অধ্যায়—উপক্রমণিকা ।

## দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ ।

আবশ্যক উপপাদ্য ও সম্পাদ্য ।

ইউক্লিডের দ্বাদশাধ্যায়স্থক জ্যামিতি পাঠ করিবার সময়, ছাত্রদিগের মনে এরূপ তর্ক উপস্থিত হইতে পারে, যে জ্যামিতির প্রতিজ্ঞাগুলি দ্বারা কোন প্রকার সাংসারিক কার্য্য নির্বাহ হইতে পারে কি না। কিন্তু পরিমিতি, জরিপ প্রভৃতি ব্যবহারিক জ্যামিতি পাঠ করিবার সময়, অনায়াসেই উক্ত তর্কের মীমাংসা হয়, কারণ জ্যামিতিক প্রতিজ্ঞাগুলিই পরিমিতি-শাস্ত্রের মূলমন্ত্রস্বরূপ। রেখার পরিমাণ, জ্যামিতিক ক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল, বা ঘন পদার্থের ঘনফল নিরূপণ করিতে হইলে কতকগুলি জ্যামিতিক প্রতিজ্ঞার জ্ঞান থাকা নিতান্ত আবশ্যক। অতএব পরিমিতিজ্ঞানের পক্ষে অত্যাবশ্যক কতিপয় জ্যামিতিক উপপাদ্য ও সম্পাদ্য প্রতিজ্ঞা নিয়ে প্রকটিত হইতেছে। এই স্থলে প্রথমে ত্রিভুজ, পরে কোণ, পরে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ প্রভৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ঐক্যবিষয়ক, পরে বৃত্তক্ষেত্রের গুণবিষয়ক, এবং সর্বশেষে সদৃশ ত্রিভুজবিষয়ক প্রতিজ্ঞা লিখিত হইয়াছে।

উপপাদ্য ।

১ম প্রতিজ্ঞা। দুইটা ত্রিভুজের মধ্যে যদি একটীর দুই ভুজ, অপরটির দুই ভুজের সহিত যথাস্থ সমান হয়, এবং ঐ দুই

ত্রিভুজের সমান সমান ভুজের অন্তর্গত দুইটি কোণ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে ঐ দুই ত্রিভুজ পরস্পর সর্বতোভাবে সমান হইবে ।

[এইটি ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের চতুর্থ প্রতিজ্ঞা, উভয় ত্রিভুজের পরস্পর উপস্থাপন প্রক্রিয়া দ্বারা এই প্রতিজ্ঞা অতি সহজেই সপ্রমাণ হয় । অতএব এই স্থলে ইহার উপপত্তি আর স্বতন্ত্ররূপে লিখিত হইল না, শিক্ষকমহাশয় এইটির প্রমাণ ছাত্রদিগকে স্মরণ করাইয়া দিবেন ।]

২য় প্রতিজ্ঞা । দুইটি ত্রিভুজের মধ্যে, যদি একের দুইটি কোণ, অপরের, দুইটি কোণের সহিত যথাস্থ সমান হয়, এবং একের সমান কোণদ্বয়ের নৈদিষ্ট ভুজ, অপরের তাদৃশ ভুজের সহিত সমান হয়, তাহা হইলে ঐ দুইটি ত্রিভুজ পরস্পর সর্বতোভাবে সমান হইবে ।

[এইটি ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ২৬ প্রতিজ্ঞা, উপরি উল্লিখিত ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের চতুর্থ প্রতিজ্ঞার উপর্যুপরি দুই তিন বার প্রয়োগ দ্বারা এই প্রতিজ্ঞাটি সপ্রমাণ হইবে । শিক্ষক মহাশয় ছাত্রদিগকে এইটির প্রমাণ প্রণালী স্মরণ করাইয়া দিবেন ।]

৩য় প্রতিজ্ঞা । দুইটি ত্রিভুজের ভুজগুলি পরস্পর সমান হইলে উহাদের কোণগুলিও পরস্পর সমান হইবে, অর্থাৎ ত্রিভুজদ্বয়ের ভূজদ্বয় ও ভূমি যথাস্থ সমান হইলে, ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সর্বতোভাবে সমান হইবে ।

[এই প্রতিজ্ঞাটি ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের অষ্টম প্রতিজ্ঞা । ইহার উপপত্তিও অতিশয় সহজ, সুতরাং উহার আর পুনরুদ্বোধ করা হইল না, শিক্ষক মহাশয় বুঝাইয়া দিবেন ।]

৪র্থ প্রতিজ্ঞা । যদি কোন ত্রিভুজের দুইটা ভুজ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে উহাদের অভিমুখীন কোণ দুইটাও পরস্পর সমান হইবে, অর্থাৎ সমবাহু ত্রিভুজের ভূমির অভিমুখীন কোণদ্বয় পরস্পর সমান, এবং উহার ভুজদ্বয় বর্দ্ধিত করিয়া দিলে ভূমির অপর পৃষ্ঠস্থ কোণদ্বয় ও পরস্পর সমান হইবে ।

[এইটা ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের পঞ্চম প্রতিজ্ঞা । উপরি লিখিত ১ম প্রতিজ্ঞা অর্থাৎ ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ৪র্থ প্রতিজ্ঞার উপর্যুপরি দুই তিন বার প্রয়োগ দ্বারা এই প্রতিজ্ঞার উপপত্তি হইবে । শিক্ষকমহাশয় এইটার উপপত্তি করিবেন ।]

৫ম প্রতিজ্ঞা । যদি কোন ত্রিভুজের দুইটা কোণ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে উহাদের অভিমুখীন ভুজ দুইটাও সমান হইবে ।

এইটা ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ষষ্ঠ প্রতিজ্ঞা । শিক্ষক মহাশয় বালকদিগকে স্মরণ করাইয়া দিবেন ।

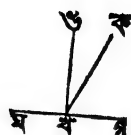
৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞা । একটা ঋজুরেখা অন্য একটা ঋজুরেখার সহিত সংলগ্ন হইলে, প্রথম রেখাটির একই পৃষ্ঠে যে যে কোণ উৎপন্ন হয়, তাহারা দুই সমকোণ হইবে, অথবা একত্র যোগে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে ।

মরে কর কথ ঋজুরেখা যগ ঋজুরেখার সহিত সংলগ্ন হইয়া উহার এক পৃষ্ঠে কখগ ও কখঘ এই দুই কোণ উৎপন্ন করিতেছে । এই দুইটা কোণ প্রত্যেকে এক একটা করিয়া দুই সমকোণ, অথবা একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে ।

যদি কথ ঋজুরেখা যগ ঋজুরেখার উপর খঙ ঋজুরেখার ন্যায় লম্বভাবে অবস্থিত হয়, তাহা হইলে [গুণ্যমান ঋজুরেখার

উভয় পৃষ্ঠে উৎপন্ন কোণদ্বয় প্রত্যেকে এক একটা সমকোণ হইবে। (পং ৬—ইউক্লিড পং ১০)

কিন্তু যদি কখ ঋজুরেখাটী  
লম্বভাবে অবস্থিত না হইয়া,  
অন্য কোন ভাবে অবস্থিত হয়,  
(যেমন পার্শ্বস্থ চিত্রে হইয়াছে)  
তাহা হইলে খ হইতে ঘগ ঋজু-  
রেখার সহিত সমকোণ করিয়া;



খও ঋজুরেখা টান। এক্ষণে স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, কখঘ  
কোণ কখঘ ও ঙখঙ কোণ দ্বয়ের সমষ্টির সহিত সমান; অতঃ-  
এব কখগ ও কখঘ এই দুইটা কোণের, সমষ্টি, কখগ,  
কখঙ ও ঙখঘ এই তিনটা কোণের সমষ্টির সহিত সমান।

কিন্তু ঙখঘ কোণ একটা সমকোণ; এবং ঙখগ কোণ  
কখঙ, ও কখগ এই দুইটা কোণের সমষ্টির সহিত সমান;  
কিন্তু ঙখগ কোণ একটা সমকোণ। অতএব কখঙ, ও কখগ  
এই দুইটা কোণের সমষ্টি একত্র যোগে একটা সমকোণের সহিত  
সমান। সুতরাং কখগ ও কখঘ কোণদ্বয়ের সমষ্টি একত্র  
সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান।

৭ম প্রতিজ্ঞা। যদি দুইটা ঋজুরেখা পরস্পর ছেদ করে; তাহা  
হইলে প্রতীপ অর্থাৎ বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সমান  
হইবে।

মনে কর, কখ, ও গঘ ঋজুরেখাদ্বয় যেন ঙ বিন্দুতে  
পরস্পর ছেদ করিতেছে। তাহা হইলে কঙগ কোণ খঙঘ  
কোণের সহিত, ও কঙঘ কোণ, খঙগ কোণের সহিত সমান  
হইবে।



কণ্ডগ, ও গণ্ডখ এই দুইটা কোণ একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান, এবং গণ্ডখ, ও খণ্ডঘ এই দুইটা কোণ ও একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান (পুং—৬)।

অতএব কখগ ও গণ্ডঘ কোণদ্বয় একত্র সমবায়ে গণ্ডঙ ও খণ্ডঘ এই দুইটা কোণের সহিত সমান। কিন্তু গণ্ডখ এইটা উভয়-সাধারণ কোণ। অতএব কণ্ডগ কোণ খণ্ডঘ কোণের সহিত সমান। এই প্রকারে ইহাও সপ্রমাণ হইবে যে গণ্ডখ ও কণ্ডঘ কোণদ্বয় পরস্পর সমান।

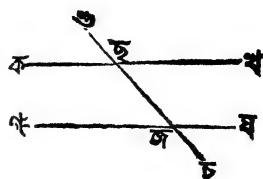


৮ম প্রতিজ্ঞা। যদি কোন একটা ঋজুরেখা, দুইটা পরস্পর সমান্তর ঋজুরেখার উপর পতিত হয়, তাহা হইলে একান্তরিত কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে, আর উহার একই পৃষ্ঠের বহিস্থ কোণ ও অন্তরীণ বিপ্রকৃষ্ট কোণ পরস্পর সমান হইবে, এবং উহার একই পৃষ্ঠের অন্তরীণ কোণদ্বয় একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে।

মনে কর ওচ ঋজুরেখা, কখ ও গঘ এই দুই সমান্তর ঋজুরেখার উপর পতিত হইতেছে। তাহা হইলে কছজ কোণ একান্তরিত ছজঘ কোণের সহিত সমান হইবে, এবং খছজ কোণ একান্তরিত ছজগ কোণের সহিত সমান হইবে। বহিস্থ ওছখ কোণ, অন্তরীণ বিপ্রকৃষ্ট ছজঘ কোণের সহিত সমান হইবে। আর অন্তরীণ খছজ, ও ছজঘ কোণদ্বয় একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে।

প্রথমতঃ কছজ কোণ একান্তরিত ছজঘ কোণের সহিত সমান হইবে। যদি না হয়, ঋজুরের মধ্যে একটা

বৃহত্তর হইবে । মনে কর  
কছজ কোণ, ছজঘ কোণ  
অপেক্ষা বৃহত্তর । অতএব  
কছজ ও খছজ কোণদ্বয় একত্র  
যোগে, খছজ ও ছজঘ কোণ-



দ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা বৃহত্তর । কিন্তু কছজ কোণ+খছজ কোণ=  
দুই সমকোণ । অতএব খছজ কোণ+ছজঘ কোণ, দুই সমকোণ  
অপেক্ষা ন্যূন । কিন্তু এই দুই কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ  
অপেক্ষা ন্যূন হইলে, দ্বাদশ স্বতঃসিদ্ধ অনুসাবে কথ ও গষ  
ঝড়ুরেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তর হইতে পারে না । কিন্তু ইহার  
সমান্তর [কল্পনা] ; অতএব কছজ কোণ ও ছজঘ কোণ  
পরস্পর অসমান নহে । অর্থাৎ কছজ কোণ=ছজঘ  
কোণ ।

আবার কছজ কোণ=ঙছখ কোণ (প্র—৭) ; অতএব  
ঙছখ কোণ=ছজঘ কোণ (স্বতঃ—১) ; আবার কছজ কোণ+  
খছজ কোণ=খছজ কোণ+ছজঘ কোণ । কিন্তু কছজ কোণ+  
খছজ কোণ=দুই সমকোণ । অতএব খছজ কোণ+ছজঘ  
কোণ=দুই সমকোণ । (স্বতঃ—১)

৯ম প্রতিজ্ঞা। ত্রিভুজের কোন ভূজ বর্দ্ধিত করিলে, উহার বাহিরে  
যে একটা কোণ উৎপন্ন হয়, ঐ বহিস্থ কোণ, অন্তরীণ বিপ্রকূট  
কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটি অপেক্ষা বৃহত্তর । (এইটি ইউক্লিডের ১ম  
অধ্যায়ের ১৬শ প্রতিজ্ঞা)

১০ম প্রতিজ্ঞা। ত্রিভুজের বৃহত্তর ভূজের সম্মুখে যে কোণটি  
থাকে, তাহা অপর কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর । (ইউক্লিড ১ম অধ্যায়—  
১৮শ প্রতিজ্ঞা)

১১শ প্রতিজ্ঞা। কোন ত্রিভুজের যে দুইটা কোণ লও, উহাদের সমষ্টি একত্র সমবায়ে দুই সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হইবে ।

১২শ প্রতিজ্ঞা। ত্রিভুজের কোন একটি ভূজ বর্দ্ধিত করিলে উহার বহিস্থ কোণ অন্তরীণ বিপ্রকৃষ্ট কোণদ্বয়ের সহিত সমান হইবে। এবং প্রত্যেক ত্রিভুজের অন্তরীণ তিনটা কোণ একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে।

মনে কর কখগ ত্রিভুজের খগ ভূজ য বিন্দু পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত হইয়াছে; তাহা হইলে বহিস্থ কখঘ কোণ=অন্তরীণ কখগ কোণ+অন্তরীণ খকগ কোণ; এবং কখগ কোণ+খকগ কোণ+কগখ কোণ=দুই সমকোণ।

মনে কর গঙ ঋজুরেখা, খক ঋজুরেখার সহিত সমান্তর।

অতএব গুগঘ কোণ=কখগ

কোণ (প্রতি—৮); আর কগঙ

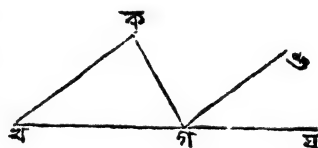
কোণ=খকগ কোণ (প্রতি—৮)

সুতরাং সমগ্র কগঘ কোণ=

কখগ কোণ+খকগ কোণ;

অতএব বহিস্থ কোণ=অন্তরীণ বিপ্রকৃষ্ট কোণদ্বয়ের সমষ্টি।

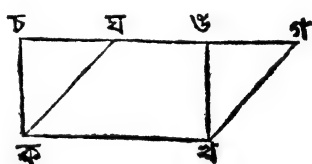
আবার কখগ কোণ+খকগ কোণ=কগঘ কোণ। উভয়ের সহিত কগখকোণ যোগ কর। তাহা হইলে কখগ কোণ+খকগ কোণ+কগখকোণ=কগঘ কোণ+কগখকোণ। কিন্তু কগঘ কোণ+কগখকোণ=দুই সমকোণ। (প্রতি—৬); অতএব কখগ কোণ+খকগ কোণ+ কগখকোণ=দুই সমকোণ। (স্বতঃ—১); সুতরাং ত্রিভুজের অন্তরীণ কোণত্রয়ের সমষ্টি=দুই সমকোণ।



১৩শ প্রতিজ্ঞা । যদি একটি সমান্তরিক ক্ষেত্র, ও একটি সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্র, একই ভূমির উপর অবস্থিত এবং একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী হয়, তাহা হইলে উহাদের উভয়ের ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান হইবে ।

মনে কর কখগঘ সমান্তরিক ও কখঙচ আয়ত একই কখ ভূমির উপর অবস্থিত এবং একই কখ ও চগ সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী । অতএব সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ।

স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, খগঙ ত্রিভুজ সর্বতোভাবে = কঘচ ত্রিভুজ । সুতরাং ক্ষেত্রদ্বয়ের অবশিষ্ট অংশ



এক ও অভিন্ন বলিয়া ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান । ফলতঃ একভূমিস্থ ও একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী যাবতীয় সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলই পরস্পর সমান ।

এস্থলে একটি সামান্য সমান্তরিক ও একটি আয়তক্ষেত্র ধরা হইয়াছে । “একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী” এরূপ নির্দেশ না করিয়া উহার পরিবর্তে “সমলম্ব” বা “সমোন্নতি” এরূপ নির্দেশ করিতে পারা যায় । (ইউক্লিড—১ম অধ্যায় প্র৩৫)

১৪শ প্রতিজ্ঞা । একভূমিস্থ ও সমলম্ব ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান । (ইউক্লিড ১—৩৭)

১৫শ প্রতিজ্ঞা । একটি ত্রিভুজ ও একটি আয়তক্ষেত্র, অথবা, সামান্যতঃ যে কোন প্রকার সমান্তরিক ক্ষেত্র, একভূমিস্থ ও সমলম্ব হইলে, ত্রিভুজটি আয়তের অথবা যে কোন প্রকার সমান্তরিক ক্ষেত্রের স্ফর্দেক হইবে । (ইউক্লিড ১—৪১)

১৬শ প্রতিজ্ঞা। সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র উহার ভূজদ্বয় অর্থাৎ কোটি ও ভূমির উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সহিত সমান। (ইউক্লিড ১ম অধ্যায়—৪৭শ প্রতিজ্ঞা ও উহার টীকা দেখ)

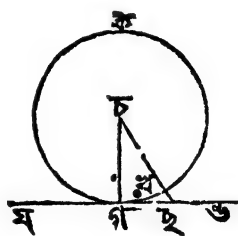
১৭শ প্রতিজ্ঞা। যদি একটি ঋজুরেখা একটি বৃত্তকে স্পর্শ করে, তাহা হইলে বৃত্তের কেন্দ্র হইতে স্পর্শবিন্দু পর্য্যন্ত একটি ব্যাসার্দ্ধ টানিলে, উহা স্পর্শনীরেখার লম্ব হইবে।

মনে কর ঘণ্ড ঋজুরেখা কখগ বৃত্তকে গ বিন্দুতে স্পর্শ করিল। চ বিন্দু যেন বৃত্তটির কেন্দ্র হইল, এবং চগ ঋজুরেখা টান। চগ ঋজুরেখা ঘণ্ড ঋজুরেখার লম্ব হইবে। যদি না হয়, চ বিন্দু হইতে ঘণ্ড ঋজুরেখার উপর চছ লম্ব টান। চছ যেন ঋ বিন্দুতে বৃত্তটিকে ছেদ করিল।

চছগ কোণ একটি সমকোণ বলিয়া (কল্পনা), চগছ একটি সূক্ষ্মকোণ (ইউক্লিড ১ম—১৭); এবং ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণটি বৃহত্তর ভূজের অভিমুখীন (১ম—১৯); অতএব চগ ভূজ চছ ভূজ অপেক্ষা বৃহত্তর। কিন্তু চগ=চখ (ইউক্লিড পং ১৫), অতএব চখ ঋজুরেখা চছ ঋজুরেখার

অপেক্ষা বৃহত্তর। অর্থাৎ ক্ষুদ্রতর বৃহত্তরের সহিত সমান।

ইহা অসম্ভব। অতএব চছ ঋজুরেখা ঘণ্ড ঋজুরেখার লম্ব নহে। এই প্রকারে ইহাও স-



প্রমাণ হইবে যে চ বিন্দু হইতে চগ ভিন্ন অন্য কোন ঋজুরেখা টানিলে, উহা ঘণ্ড ঋজুরেখার লম্ব হইতে পারে না। অতএব চগ ঋজুরেখা ঘণ্ড ঋজুরেখার লম্ব। এই প্রতিজ্ঞায় ইহাই উপপাদ্য।

১৮শ প্রতিজ্ঞা । বৃত্তপরিধির একই খণ্ডে, যদি একটি কেন্দ্রস্থ আর একটি পরিধিস্থ কোণ থাকে, তাহা হইলে কেন্দ্রস্থ কোণটি পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ হইবে । (ইউক্লিড ৩য় অধ্যায়—২০শ প্রতিজ্ঞা )

১৯শ প্রতিজ্ঞা । অর্দ্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ ; অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণ অপেক্ষা ন্যূন ; এবং অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা লঘুতর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর । (ইউক্লিড ৩য়—৩১)

২০শ প্রতিজ্ঞা । কোন বৃত্তের একই খণ্ডের অন্তর্গত কোণ-গুলি পরস্পর সমান ।

২১শ প্রতিজ্ঞা । যদি সদৃশ ত্রিভুজদ্বয়ের একটি সদৃশ কোণের কোণিক বিন্দু হইতে উহার অভিমুখীন ভূজের উপর লম্বপাত করা যায়, তাহা হইলে একটি ত্রিভুজের লম্ব ও লম্বাধার ভূজের পরস্পর যে অনুপাত, তাহা অন্য ত্রিভুজের লম্ব ও লম্বাধার ভূজের পরস্পর অনুপাতের সহিত সমান হইবে । যদি কখগ ও ঘঙচ দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ হয়, এবং কখগ ত্রিভুজের ক কোণ হইতে কখ ভূজের উপর খছ ও ঘঙচ ত্রিভুজের চ কোণ হইতে ঘঙ ভূজের উপর চজ লম্বপাত করা যায় ; তাহা হইলে, গছ: কখ:: চজ: ঘঙ হইবে ।

২২ শ প্রতিজ্ঞা । কোন ত্রিভুজের যে কোন একটি ভূজকে ভূমি ধরিয়া, উহার অন্য দুই ভূজের মধ্যে যদি উক্ত ভূমির সহিত সমান্তর ঋজুরেখা টানা যায়, তাহা হইলে উক্ত সমান্তর ঋজুরেখা, ভূমিস্বরূপ হইয়া ঐ নূতন ত্রিভুজটি উৎপন্ন করিবে, উহা পূর্বতন ত্রিভুজের সহিত সমানুপাত ও সমান কোণ হইয়া পরস্পর সদৃশ হইবে ।

২৩ শ প্রতিজ্ঞা । মনে কর কখ, গঘ, এই দুইটি কোন একটি বৃত্তের জ্যা, মনে কর কখ, গঘ, ও বিন্দুতে পরস্পর সংলগ্ন হইয়াছে, অথবা বর্দ্ধিত হইয়া ও বিন্দুতে সংলগ্ন হইয়াছে, কখ, ও কঘ সংযুক্ত কর, এক্ষণে কঙঘ, এবং খঙগ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ হইবে, কারণ ঙকঘ, ও ঙগখ কোণদ্বয় পরস্পর সমান । এবং ঙঘক, ও ঙখগ কোণদ্বয় পরস্পর সমান । [ প্রতিকৃতি অঙ্কিত করিয়া দেখ ]

২৪ শ প্রতিজ্ঞা । যদি চারিটি রাশি পরস্পর সমানুপাতী হয়, তাহা হইলে তাহাদের অন্ত্য রাশি দুইটির অর্থাৎ প্রথম ও চতুর্থ রাশির গুণফল, মধ্যম রাশি দুইটির অর্থাৎ দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির গুণফলের সহিত সমান হইবে । অতএব মধ্যম রাশিদ্বয়ের গুণফলকে অন্ত্য রাশিদ্বয়ের অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর অন্ত্য রাশিটি পাওয়া যাইবে, এবং অন্ত্য রাশি দুইটির গুণফলকে মধ্যম রাশিদ্বয়ের অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর মধ্যম রাশিটি পাওয়া যাইবে ।

যদি  $k : x :: g : gh$  এইরূপ অনুপাত হয়, তাহা হইলে

	খগ	খগ	কঘ
--	----	----	----

কঘ = খগ ।  $\therefore k = \frac{\text{খগ}}{\text{ঘ}} ; gh = \frac{\text{খগ}}{\text{ক}} ;$  এবং  $x = \frac{\text{কঘ}}{\text{গ}} ;$

$g = \frac{\text{খ}}{\text{ঘ}} ।$

২৫ । কোন ঋজুবৈধিক ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইলে যদি উহার একটি ভূজ অবশিষ্ট ভূজ সকলের সমষ্টির সহিত সমান হয়, অথবা সমষ্টি অপেক্ষা বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে ক্ষেত্র উপপন্ন হইতে পারে না ।

### উদাহরণ ।

৯, ৩, ৬, যথাক্রমে ত্রিভুজের তিনটি ভূজ হইলে ত্রিভুজ হইতে পারে না । অথবা ৩, ৬, ২, ও ১২ যথাক্রমে কোন চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ভূজচতুষ্টয় হইলে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র হইতে পারে না । ভূজপ্রমাণ শলাকা দ্বারা ক্ষেত্র উৎপাদন করিবার চেষ্টা করিলেই অনুপপত্তি বুঝিতে পারা যাইবে । ত্রিভুজ চতুর্ভুজ প্রভৃতির স্রায় সকল প্রকার ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রেই এই নিয়ম ।

২৬ শ প্রতিজ্ঞা । যদি কোন সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ হইতে, কর্ণের উপর একটি লম্বপাত করা যায়, তাহা হইলে ঐ লম্ব ত্রিভুজটিকে যে দুই ত্রিভুজে বিভক্ত করিবে উহার প্রত্যেকই সমকোণী ত্রিভুজটির সহিত সদৃশ হইবে ।

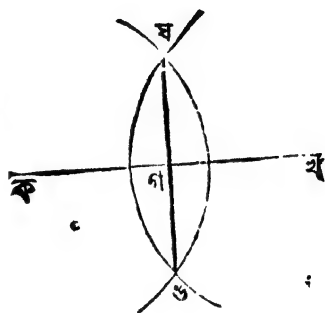
### আবশ্যক সম্পাদ্য ।

নিম্নে কতিপয় সম্পাদ্য প্রতিজ্ঞার উল্লেখ করা যাইতেছে, এই গুলি পরিমিতিজ্ঞানের পক্ষে নিতান্ত আবশ্যক । এই গুলি আয়ত্ত হইলে শিক্ষার্থীরা অনায়াসেই যাবতীয় অত্যাবশ্যক জ্যামিতিক রেখা, ক্ষেত্র প্রভৃতি অঙ্কিত করিতে পারিবে । অস্বার্থরূপে জ্যামিতিক রেখা ও ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিতে হইলে স্কেল, কম্পাস, রুলর প্রভৃতি কয়েকটি যন্ত্র ব্যবহার করিতে হয় । যন্ত্র গুলি কি প্রকারের, এবং কি প্রকারে উহাদের ব্যবহার করিতে হয়, ইত্যাদি বিষয় একটি স্বতন্ত্র পরিচ্ছেদে লিখিত হইবে । যন্ত্র-ব্যবহার দ্বারা যে রূপে ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিতে হয়, তাহাই নিম্নে লিখিত হইল । ইউক্লিড কোন প্রকার যন্ত্রের ব্যবহার করেন নাই, সুতরাং তিনি যে প্রকারে ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিয়াছেন, ব্যবহারে তাঁহার অঙ্কনপ্রণালী হইতে কিছু কিছু বিভিন্নতা দৃষ্ট হইবে ।



১ম প্রতিজ্ঞা। একটা নির্দিষ্ট ঋজুরেখাকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে।

মনে কর কখ ঋজুরেখাকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে। ক বিন্দুকে কেন্দ্র ও কখ ঋজুরেখার অর্ধেক অপেক্ষা, কিঞ্চিৎ অধিক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটা পরিধিখণ্ড বা ধনু অঙ্কিত কর। আবার খ বিন্দুকে কেন্দ্র ও খক ঋজুরেখার অর্ধেক অপেক্ষা কিঞ্চিৎ অধিক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া, আর



একটা পরিধিখণ্ড বা ধনু অঙ্কিত কর। মনে কর এই দুই পরিধিখণ্ড কখ ঋজুরেখার উভয় দিকে ঘ, ও ঙ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিতেছে। ঘ, ও ঙ ছেদবিন্দুদ্বয় ঋজুরেখা দ্বারা সংযুক্ত কর।

মনে কর এই সংযোজক ঋজুরেখা কখ ঋজুরেখাকে গ বিন্দুতে ছেদ করিল। তাহা হইলে কখ ঋজুরেখা, গ বিন্দুতে দুই সমান অংশে বিভক্ত হইবে। [ ইহার উপপত্তি অতি সহজ ]; ইহা দ্বারা স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে, যে ঘগঙ ঋজুরেখা গ বিন্দুতে কখ ঋজুরেখার সহিত সমকোণ করিবে, অতএব কি প্রকারে এরূপ একটা ঋজুরেখা টানা যাইতে পারে, যাহা অপর একটা ঋজুরেখাকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিবে, ও উহার সহিত সমকোণ করিবে, তাহাও বুঝা গেল।

২য় প্রতিজ্ঞা। কোন নির্দিষ্ট কোণকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে।

মনে কর কখগ যেন একটি নির্দিষ্ট কোণ । খ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও যথেষ্ট দূরত্ব লইয়া, একটি পরিধি-খণ্ড বা ধনু অঙ্কিত কর, মনে কর, এই ধনু যেন খক ঋজুরেখাকে ঘ বিন্দুতে, ও খগ ঋজুরেখাকে ও বিন্দুতে ছেদ

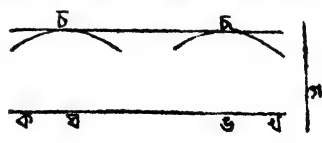


করিতেছে । ঘ ও ও বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র ও যথেষ্ট দূরত্ব লইয়া দুইটা ধনু অঙ্কিত কর, এই দুইটি যেন চ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিতেছে, খচ সংযুক্ত কর, তাহা হইলে কখচ কোণ গখচ কোণের সহিত সমান হইবে । ( উপপত্তি সহজ ) ।

৩ ঋ প্রতিজ্ঞা । কোন নির্দিষ্ট ঋজুরেখা হইতে, কোন নির্দিষ্ট দূরত্ব স্থানে, উহার সহিত সমান্তর করিয়া একটি ঋজুরেখা টানিতে হইবে ।

মনে কর কখ যেন একটি নির্দিষ্ট ঋজুরেখা, এবং গ ঋজুরেখা যেন কখ হইতে নির্দিষ্টদূরত্ব । কখ হইতে গ রেখা-পরিমিত দূরে কখ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর একটি ঋজুরেখা টানিতে হইবে । কখ ঋজুরেখাতে ঘ, ও ও নামে কোন দুইটা বিন্দু গ্রহণ কর । ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও গ ঋজুরেখাকে দূরত্ব লইয়া, একটি ধনু অর্থাৎ পরিধিখণ্ড অঙ্কিত কর, আর ও বিন্দুকে কেন্দ্র ও গ ঋজুরেখাকে দূরত্ব লইয়া, আর একটি ধনু অঙ্কিত কর ।

এই দুই ধনুর স্পর্শনী চছ ঋজুরেখা টান । তাহা হইলে

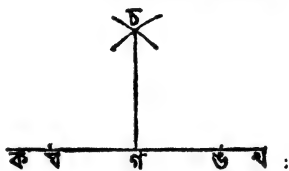


এই চছ ঋজুরেখা কখ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর হইবে,

এবং ইহা নির্দিষ্ট গ ঋজুরেখাপরিমিত দূরে অঙ্কিত হইয়াছে ।

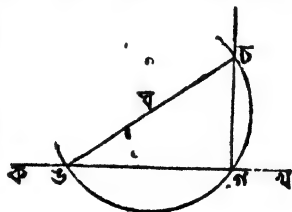
৪র্থ প্রতিজ্ঞা। কোন নির্দিষ্ট ঋজুরেখার অন্তর্গত কোন বিন্দু হইতে উক্ত ঋজুরেখার সহিত সমকোণ করিয়া একটি ঋজুরেখা টানিতে হইবে।

মনে কর কখ একটি নির্দিষ্ট ঋজুরেখা, এবং খ ইহার অন্তর্গত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। গক ঋজুরেখাতে ঘ বিন্দুকল্পনা কর, গখ ঋজুরেখাতে গঘ ঋজুরেখার সহিত সমান গঙ ঋজুরেখা গ্রহণ কর। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও খঘ অপেক্ষা কিঞ্চিদধিক দূরত্ব গ্রহণ করিয়া একটি ধনু অঙ্কিত কর, এবং ও বিন্দুকে



কেন্দ্র, ও গঙ অপেক্ষা কিঞ্চিদধিক দূরত্ব গ্রহণপূর্বক আর একটি ধনু অঙ্কিত কর। এই দুইটী ধনু যেন চ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিল। গচ ঋজুরেখা টান। তাহা হইলে গচ ঋজুরেখা কখ ঋজুরেখার সহিত সমকোণ করিবে।

কিন্তু যদি নির্দিষ্ট গ বিন্দু কখ ঋজুরেখার একটি প্রান্তের নিকট অবস্থিত হয়, অথবা স্বয়ং প্রান্ত বিন্দু হয়, তাহা হইলে, হয়, ঋজুরেখাটী বর্দ্ধিত করিয়া উল্লিখিত প্রক্রিয়া অবলম্বন কর, অথবা কখ ঋজুরেখার বহিস্থ ঘ নামক যে কোন বিন্দুকে কেন্দ্র, ও ঘগ ঋজুরেখাকে দূরত্ব লইয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর, ঐ বৃত্তটী যেন কখ ঋজুরেখাকে ও বিন্দুতে ছেদ করিল। ওঘ সংযুক্ত কর, এবং ঘঙ ঋজুরেখাকে পরিধি পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত কর, উহা যেন চ বিন্দুতে পরিধিস্পর্শ ক



রিল। চগ সংযুক্ত কর। চগ অভীষ্ট ঋজুরেখা হইবে

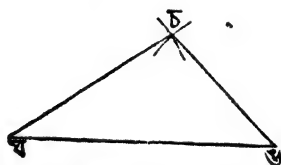
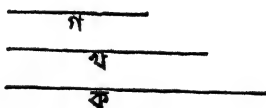


এবং কঙ জ্যার সহিত সমান করিয়া ঘচ জ্যা টান। খচ সংযুক্ত কর। তাহা হইলে কচ ঋজুরেখা নির্দিষ্ট ঋগ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর হইবে।

৭ম প্রতিজ্ঞা। এরূপ একটা ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার তিনটা ভুজ যথাক্রমে তিনটা নির্দিষ্ট ঋজুরেখার সহিত সমান হইবে।

মনে কর ক, খ, ও গ তিনটা নির্দিষ্ট ঋজুরেখা।

নির্দিষ্ট ঋজুরেখাত্রয়ের মধ্যে একের অর্থাৎ ক ঋজুরেখার সহিত সমান একটা ঋজুরেখা টান। এইটির ঘঙ নাম দেও। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও খ ঋজুরেখার সহিত সমান

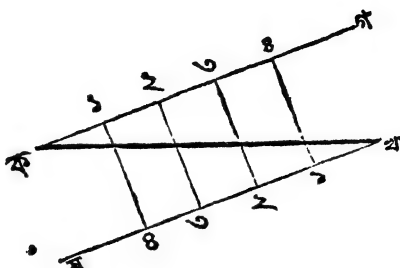


দূরত্ব লইয়া একটা ধনু অঙ্কিত কর, আর ঙ বিন্দুকে কেন্দ্র ও গ ঋজুরেখার সহিত সমান দূরত্ব লইয়া আর একটা ধনু টান। মনের কর এই দুই ধনু চ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিতেছে। ঘচ ও ঙচ সংযুক্ত কর। তাহা হইলে ঘঙচ অভীষ্ট ত্রিভুজ হইবে।

৮ম প্রতিজ্ঞা। কোন নির্দিষ্ট ঋজুরেখাকে বত ইচ্ছা সমান অংশে বিভাগ করিতে হইবে।

কখ যেন একটা নির্দিষ্ট ঋজুরেখা। মনে কর ইহাকে পাঁচ সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে। ক বিন্দু হইতে কগ নাম দিয়া যে কোন একটা ঋজুরেখা টান, এবং খ বিন্দু হইতে কগ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর ঋঘ ঋজুরেখা টান।

কগ ঋজুরেখাতে পরস্পরসমানদৈর্ঘ্য চারিটি অংশ গ্রহণ কর, এবং ১, ২, ৩, ৪, এই চারি সংখ্যা দ্বারা উহাদিগকে চিহ্নিত কর। খঘ ঋজুরেখাতে উক্ত চারিটি অংশের সহিত সমানদৈর্ঘ্য চারিটি অংশ গ্রহণ

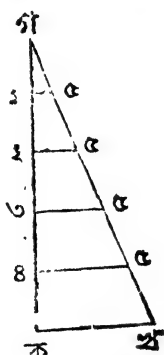


কর, এবং উহাদিগকেও যথাক্রমে ১, ২, ৩, ৪, সংখ্যাদ্বারা চিহ্নিত কর। ১ এবং ৪, ২ এবং ৩, ৩ এবং ২, ৩ ৪ এবং ১, বিন্দু সকল পরস্পর যোগ করিয়া চারিটি ঋজুরেখা টান। এই চারিটি ঋজুরেখা নির্দিষ্ট কথ ঋজুরেখাকে পাঁচ সমান অংশে বিভক্ত করিবে। এই প্রক্রিয়া অনুসারে কোন ঋজুরেখাকে যত ইচ্ছা সমান অংশে বিভাগ করা যাইবে।

যদি বিভাজ্য ঋজুরেখাটি এত ক্ষুদ্র হয়, যে উহার উপর স্পষ্টরূপে ভাগচিহ্ন প্রকাশিত করিতে পারা যায় না, তাহা হইলে কি প্রকারে উহাকে অনেক সমান অংশে বিভাগ করা যাইতে পারে?

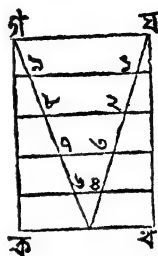
প্রথমতঃ। কথ ঋজুরেখার ক বিন্দু হইতে কগ লম্ব উত্তোলন কর, কথ ঋজুরেখাকে যে কয়েক অংশে বিভাগ করিতে হইবে, কগ লম্বরেখাকে তত সমান অংশে বিভাগ কর, এবং ভাগবিন্দুগুলির প্রত্যেকটি হইতে কথ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর এক একটা ঋজুরেখা টান। পরে গথ সংযুক্ত করিলে সমান্তর ঋজুরেখাগুলি যে যে বিন্দুতে গক ও গথ এই দুই

ঋজুরেখাকে কাটিবে, তৎসমুদয়ের অন্তর্গত সমান্তর ঋজু-  
 রেখাসমূহের অংশগুলি নির্দিষ্ট কথ  
 ঋজুরেখার অভীষ্ট অংশ হইবে। কথ  
 ঋজুরেখাকে ৫ ভাগ করিতে হইলে  
 প্রথমতঃ কগ লম্বকে উপরি উক্ত  
 কৌশলে পাঁচ সমান ভাগে বিভক্ত  
 কর, পরে ১, ২, ৩, ৪, এই কয়টা  
 ভাগবিন্দু হইতে যথাক্রমে এক একটা  
 করিয়া কথ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর  
 পাঁচটা ঋজুরেখা টান। অনন্তর গখ সংযুক্ত করিলে উহা  
 প্রত্যেক সমান্তর ঋজুরেখাকে ৫ চিহ্নিত বিন্দুতে ছেদ  
 করিবে। এরূপ করিলে ১।৫ কথ রেখার  $\frac{১}{৫}$  হইবে; ২।৫ =  $\frac{২}{৫}$   
 কথ; ৩।৫ =  $\frac{৩}{৫}$  কথ; ৪।৫ =  $\frac{৪}{৫}$  কথ ইত্যাদি হইবে। সুতরাং  
 ১।৫ রেখা কথ রেখার ৫ ভাগের ১ ভাগ হওয়াতে কথ  
 ৫ সমান অংশে বিভক্ত হইল। ৬, ৭, ৮, ৯, ১০, প্রভৃতি  
 অংশে বিভাগ করিতে হইলেও অবিকল এই প্রক্রিয়া  
 করিতে হইবে।



দ্বিতীয়তঃ কথ ঋজুরেখাকে ১০, কিম্বা ততোধিক জোড়  
 অংশে বিভাগ করিতে হইলে, নিম্নলিখিত প্রণালী অনুসারে  
 ও হইতে পারে। মনে কর কথ ঋজুরেখাকে ১০ অংশে বিভাগ  
 করিতে হইবে। কথ ঋজুরেখার ক এবং খ বিন্দু হইতে দুইটা  
 লম্ব উত্তোলন পূর্বক, একটা লম্বকে, নির্দিষ্ট ঋজুরেখাটিকে  
 যে কয় জোড় অংশে বিভাগ করিতে হইবে, তাহার  
 অর্ধেক সংখ্যক সমান অংশে বিভক্ত কর, এবং ভাগচিহ্নগুলি  
 হইতে কথ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর রেখাগুলি টান।

ঐ রেখাগুলির প্রত্যেকটি ঋষ রেখাগুলিকে 'কতিপয় বিন্দুতে ছেদ করিবে। পরে কথ রেখাকে চ বিন্দুতে দুই সমান ভাগে বিভক্ত কর এবং চগ ও চঘ সংযুক্ত কর। তাহা হইলে চঘ রেখা ও খঘ লম্ব এবং চগ রেখা এবং খঘ লম্বের অন্তর্গত সমান্তর রেখাগুলির অংশগুলি কথ রেখার অভীষ্ট ভাগ হইবে।



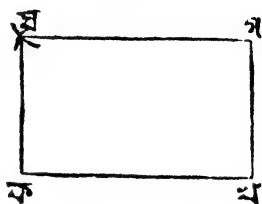
কথ রেখাকে ১০ ভাগ করিবার কথা। উপরি লিখিত প্রক্রিয়া অনুসারে সমান্তর রেখাগুলির প্রত্যেকটি ঋষ রেখাকে ১০ চিহ্নিত স্থানে কাটিতেছে। কথ রেখাকে চ বিন্দুতে সমভাবে দ্বিখণ্ড করিয়া যে ঘচ টানা হইয়াছে, উহা সমান্তর রেখাগুলিকে যথাক্রমে ১, ২, ৩, ৪, বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে যে গচ রেখা টানা হইয়াছে, উহা সমান্তর রেখাগুলির প্রত্যেকটিকে যথাক্রমে ৬, ৭, ৮, ৯, বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। এক্ষণে উক্ত নিয়ম অনুসারে,  $১।১০ = \frac{১}{১০}$  কথ;  $২।১০ = \frac{২}{১০}$  কথ;  $৩।১০ = \frac{৩}{১০}$  কথ;  $৪।১০ = \frac{৪}{১০}$  কথ;  $৫।১০ = \frac{৫}{১০}$  কথ;  $৬।১০ = \frac{৬}{১০}$  কথ;  $৭।১০ = \frac{৭}{১০}$  কথ;  $৮।১০ = \frac{৮}{১০}$  কথ;  $৯।১০ = \frac{৯}{১০}$  কথ। ১২, ১৪, ১৬, প্রভৃতি যে কোন সংখ্যায় জোড় ভাগে বিভক্ত করিতে হইলে অবিকল এই প্রকার প্রক্রিয়া করিতে হইবে। ডায়াগোনাল স্কেল অর্থাৎ টেরচা মানদণ্ড এই কৌশলের সাহায্যে নির্মিত হয়।

৯ম প্রতিজ্ঞাঃ কোন আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার নির্দিষ্ট থাকিলে কি প্রকারে উক্তর ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে?

মনে কর কথ নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য ও ঙ নির্দিষ্ট বিস্তার। খ বিন্দু

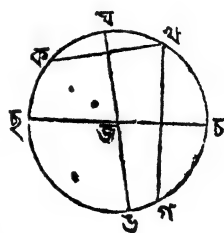


হইতে কখ ঋজুরেখার উপর ও ঋজুরেখার সহিত সমান করিয়া খগ লম্ব অঙ্কিত কর। গ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও কখ ঋজুরেখার সহিত সমান দৈর্ঘ্য লইয়া একটা ধনু অঙ্কিত কর, এবং ক বিন্দুকে কেন্দ্র, ও ও ঋজুরেখার সহিত সমান দৈর্ঘ্য লইয়া আরএকটা ধনু অঙ্কিত কর। এই দুই ধনু যেন ঘ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিল। কঘ, গঘ সংযুক্ত কর। তাহা হইলে কগ ক্ষেত্রটি অভীষ্ট আয়ত ক্ষেত্র হইবে।



১০ম প্রতিজ্ঞা। কোন একটা নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে।

কখ নাম দিয়া যে কোন একটা জ্যা গ্রহণ কর। ইহার উপর ঘঙ নাম দিয়া একরূপ একটা লম্ব টান যে লম্বটি যেন কখ জ্যাকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করে। এক্ষণে বৃত্তের কেন্দ্রটি ঘঙ ঋজুরেখার যে কোন অংশে অবস্থিত ইহা বুঝা যাইতেছে। খগ নাম দিয়া আর একটা জ্যা টান, এবং পূর্বের জায় ইহার সহিত সমকোণ করিয়া চছ ঋজুরেখা একরূপ টান যে ঐ চছ লম্ব দ্বারা খগ জ্যা যেন দুই সমান অংশে বিভক্ত হয়। আবার পূর্বের জায় বুদ্ধিতে হইবে যে বৃত্তের কেন্দ্রটি এই ঋজুরেখারও যে কোন অংশে অবস্থিত। অতএব স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে উল্লিখিত লম্বদ্বয়ের পরস্পর ছেদবিন্দুই বৃত্তটির কেন্দ্র।



অনুমান । এই প্রতিজ্ঞার সাহায্যে বুঝা যাইতেছে, যে উল্লিখিত প্রক্রিয়াদ্বারা এরূপ একটা বৃত্ত অঙ্কিত করিতে পারা যায়, যে তিনটা নির্দিষ্ট বিন্দু উহার পরিধিতে অবস্থিত হইবে ।

প্রথম অধ্যায়—উপক্রমণিকা ।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ ।

রৈখিক পরিমাণের বিভাগ, ও জ্যামিতিক

ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিবার প্রণালী ।

ইংরাজী হিসাবে এক ইঞ্চি মাপ রৈখিক পরিমাণের মূল, অর্থাৎ একক রাশিস্বরূপ পরিগণিত । সূত্রাং যাবতীয় পরিমাণ ইহারই সংযোগবিয়োগাদি দ্বারা নির্ণীত হইয়া থাকে । ইঞ্চি অপেক্ষা নূন পরিমাণ প্রকাশ করিতে হইলে, ইঞ্চির কোন না কোন অংশ বলিয়া নির্দিষ্ট হয় । আমাদের দেশের বাহাদুরী-কাঠব্যবসায়ীরা সূক্ষ্মতর পরিমাণের অভিপ্রায়ে এক ইঞ্চিকে দ্বাদশ সমান অংশে বিভক্ত করিয়া প্রত্যেকের বে-ইঞ্চি এই নাম দিয়া থাকে । ইঞ্চি শব্দের মৌলিক অর্থ, কোন পদার্থের বার ভাগের এক ভাগ । ইংরাজী হিসাবে তিন যবে এক ইঞ্চি ধরা হইয়া থাকে ।

দৈর্ঘ্য ও বিস্তার মাপিবার প্রণালী ।

ইংরাজী হিসাব ।

দেশীয় হিসাব ।

১২ ইঞ্চি=১ ফুট ।

২৪ অঙ্গুলি বা ১৮ ইঞ্চি=১ হাত

৩ ফুট=১ গজ, বা ২ হাত ।

৪ হাত=১ ধনু ।

৬ ফুট=১ ফাদর ।

২০০০ ধনু

১৬ ই ফুট } =১ রুড, বা পোল ।  
বা ৫ই গজ }

অথবা ৮০০০ হাত } =১ ক্রোশ ।  
৪ ক্রোশ=১ যোজন ।

৪ পোল=১ চেন ।

আজি কালি ৮০০০ হাতে

১০ চেন বা, ৪০ পোল=১ ফর্লঙ্ ।

ক্রোশ না ধরিয়া অনেকে

৮ ফর্লঙ্ বা ৫২৮০ ফুট, বা

ইংরাজী হিসাব অনুসারে ২

১৭৬০ গজ,

মাইলে অথবা ৭০৪০ হাতে

অথবা ৩৫২০ হাত=১ মাইল ।

ক্রোশ ধরিয়া থাকেন । কাপড়

৬০ মাইল=১ ডিগ্রী ।

প্রভৃতির মাপে হাত ও গজ,

এবং রাজমিস্ত্রি ও ছুতার মিস্ত্রির

মাপে, ফুট ও ইঞ্চি ব্যবহৃত

হয় । ভূমির মাপ উভয় প্রক-

রেই হইয়া থাকে ।

ভূমির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার মাপিবার সময়, আর ও এক প্রকার  
প্রণালী অবলম্বন করা হইয়া থাকে । যথা:—

৪ হাত=১ রৈখিক কাঠা, ১ } =১ রৈখিক কাঠা-বিঘা, ১ বিঘা  
কাঠা লম্বা ১/১, ৮৯ হাত } লম্বা ১/১০ ; বা ২০ রৈখিক কাঠা

ইংরাজী হিসাবে ভূমির দৈর্ঘ্য বা বিস্তার মাপিতে হইলে,  
“গণ্টরের চেন” নামক এক প্রকার চেন সচরাচর ব্যবহৃত  
হইয়া থাকে । খৃষ্টীয় সপ্তদশ শতাব্দের প্রারম্ভে এডমণ্ড গণ্টর  
নামক এক ব্যক্তি ঐ চেনের উদ্ভাবন করেন । গণ্টরের চেন  
২২ গজ লম্বা, এবং ১০০ সমান অংশে বিভক্ত, এক একটা  
অংশের নাম লিঙ্ক । অতএব প্রত্যেক লিঙ্কের দৈর্ঘ্য ১ গজের  
২২ অংশ, অর্থাৎ ৭০৯২ ইঞ্চি । ২৫ লিঙ্ক=১ পোল ; ১০ চেন বা  
১০০০ লিঙ্ক=ফর্লঙ্ ; ৮০ চেন বা ৮০০০ লিঙ্ক=১ মাইল ।

এতদ্ভিন্ন ভূমি মাপ করিবার সময় আর এক প্রকার ফিতা  
ব্যবহৃত হইয়া থাকে, ইহার নাম জরিপী ফিতা বা টেপ ;

ইহা দৈর্ঘ্যে ১০০ ফুট এবং প্রত্যেক ফুট ১০ সমান অংশে বিভক্ত ।

এতদ্দেশে দুই তিন প্রকার রীতি অনুসারে ভূমির পরিমাণ গ্রহণ করা হয় । তবে জমিদারী রাশিদ্বারাই সচরাচর মাপ হইয়া থাকে । জমিদারী রাশির দৈর্ঘ্য ৪০ গজ বা ৮০ হাত । এবং ইহা ২০ টা সমান অংশে বিভক্ত । প্রত্যেক অংশের নাম কাঠা ।

এতদ্ভিন্ন সেকেন্দরী গুজের দৈর্ঘ্য ৯ বা ৮ মুষ্টি । আট মুষ্টি গজদ্বারা লাখে রাজ, ব্রহ্মোত্তর প্রভৃতি ভূমির জরিপ হইয়া থাকে, আর ৯ মুষ্টি গজদ্বারা খাসের জমির মাপ হয় । এই প্রকার ৫৫ গজ, বা ১১০ হস্ত দীর্ঘ রজ্জুর নাম রশি । ঐ রশিকে ২০ টা সমান ভাগে বিভক্ত করিয়া প্রত্যেক ভাগকে এক একটা কাঠা কহে ।

জ্যামাতিক রেখা ও ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিবার

প্রণালী ।

মনে কর এক ইঞ্চি লম্বা কথ নামক একটা ঋজুরেখা টানা গেল, এক্ষণে এই রেখাকে এক ইঞ্চি ধরিয়া এক ফুট লম্বা একটা ঋজুরেখা টানিতে হইলে, কথ রেখার ১২ গুণ লম্বা একটা রেখা টানিতে হয়, এক গজ দীর্ঘ রেখা টানিতে হইলে কথ রেখার ৩৬ গুণ লম্বা রেখা টানিতে হয় । সুতরাং এই নিয়ম অনুসারে কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য প্রকাশ করিতে হইলে প্রকৃতপ্রস্তাবে কাগজ জুড়িয়া জুড়িয়া দেশদেশান্তর ঘুরিতে হয় । অতএব প্রকৃত দৈর্ঘ্য পুস্তকাদিতে আঁকিয়া প্রকাশ করা অসম্ভব । এই জন্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পরিমাণ বৃহত্তর পরিমাণের প্রতিনিধিস্বরূপ ব্যবহার করিতে হয় । এই প্রণালী দ্বারা সকল প্রকার বৈখিক পরিমাণই অতিসুচারু-রূপে প্রকাশিত হইয়া থাকে । অঙ্কনপ্রক্রিয়ার সৌকার্য্যার্থ

সুবিধা হইলে প্রকৃত রেখা বা ক্ষেত্র অপেক্ষা যতই ক্ষুদ্র হউক না কেন, যে কোন রেখা বা ক্ষেত্র দ্বারা সমুদয় রেখা ও ক্ষেত্রই প্রকাশিত হইতে পারে। কত দীর্ঘ রেখার প্রতিনিধিস্বরূপ তদপেক্ষা কত ক্ষুদ্র রেখা ব্যবহার করিতে হইবে, কিং-পরিমাণ ক্ষেত্রের পরিবর্তে কিং-পরিমাণ ক্ষেত্র ব্যবহার করা উচিত, তাহার কোন নিয়ম নাই, রেখা ক্ষেত্র প্রভৃতি অঙ্কিত করিবার সময় যেরূপে সুবিধা হয়, তাহাই করা যাইতে পারে। কিন্তু একটা বিষয়ে বিশেষ মনোযোগ প্রদান করা উচিত, অর্থাৎ যদি পরস্পর-সম্বন্ধ একাধিক রেখা বা ক্ষেত্রের পরিবর্তে উহাদের অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর রেখা বা ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হয়, তাহা হইলে প্রকৃত অর্থাৎ আদর্শ রেখা বা ক্ষেত্রাদির যেরূপ পরস্পর সম্বন্ধ বা অনুপাত, প্রতিনিধি রেখা ও ক্ষেত্রাদির মধ্যেও যেন সেইরূপ সম্বন্ধ বা অনুপাত বজায় রাখা হয়। মনে কর ১০০ গজ দীর্ঘ ও ৫০ গজ প্রস্থ একটা ক্ষেত্রের প্রতিক্রম অঙ্কিত করিতে হইবে। যদি ১০০ গজ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তে ৫ ইঞ্চি দীর্ঘ একটা রেখা টানা যায়, তাহা হইলে ২৬ ইঞ্চি রেখা টানিয়া ক্ষেত্রটির প্রস্থ প্রকাশ করিতে হইবে। যদি ১০০ গজ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তে ৩ ইঞ্চি দীর্ঘ রেখা ব্যবহার করা যায়, তাহা হইলে প্রস্থ প্রকাশ করিতে হইলে ৩ ইঞ্চির অর্ধেক অর্থাৎ ১৬ ইঞ্চি দীর্ঘ রেখা ব্যবহার করিতে হইবে। ইত্যাদি। আবার যদি ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ প্রকাশক দুই ভূজের মধ্যে একটা সমকোণ থাকে, তাহা হইলে প্রতিনিধি ক্ষেত্রটিকেও সমকোণী করিতে হইবে। যদি দুইয়ের মধ্যে একটা নির্দিষ্ট পরিমাণ স্থূলকোণ থাকে, তাহা হইলে প্রতিকৃতিটীতেও সেইরূপ কোণ করিতে হইবে। ফলতঃ প্রতিনিধি রেখা ও ক্ষেত্র যাহাটহ প্রকৃত রেখা ও

ক্ষেত্রের সদৃশ হয় এরূপ করিয়া প্রতিকৃতি অঙ্কিত করাই বিধেয় ।

জ্যামিতিক রেখা ক্ষেত্র প্রভৃতি উপরি উক্ত প্রকারে পরিকৃত রূপে আঁকিতে হইলে কয়েক প্রকার যন্ত্রের ব্যবহার করিতে হয় । তন্মধ্যে কাঁটা কম্পাস, সোজা স্কেল, ও ডায়োগনাল স্কেল অর্থাৎ টেরচা মানদণ্ড, সমান্তর কলর, সমকোণী, ও প্রোট্রাক্টর বা কোণমান যন্ত্র এই কয়েকটি অত্যাৱশ্যক । এই কয়েকটির ব্যবহার দ্বারা সকল প্রকার জ্যামিতিক রেখা ও ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করা যায় ।

কাঁটা কম্পাস । এই যন্ত্রটি দুইটি পিত্তলনির্মিত শলাকা বা কাঁটা বিশিষ্ট । এই দুইটি শলাকা ধিল দিয়া পরস্পর আঁটা, স্তত্রাং প্রয়োজনমত সঙ্কুচিত ও বিস্তারিত হইতে পারে । কাঁটা দুইটির অগ্রভাগ সূচ্যগ্রবৎ । সীমাবন্ধির সময়, দুই নিদর্শনস্থানের মধ্যগত ব্যবধানের পরিমাণ যত বিধা বলিয়া চিঠাতে লিখিত থাকে, মানদণ্ডের উপর এক হইতে তত বিধা পর্যন্ত কাঁটা কম্পাসের দুই পদ বিস্তৃত করিতে হয় । এই প্রকারে কম্পাসের পদদ্বয়ের মধ্যগত ব্যবধানদ্বারা নিদর্শন স্থানদ্বয়ের মধ্যগত, ব্যবধান নির্দিষ্ট হইয়া থাকে । কম্পাসদ্বারা বৃত্তক্ষেত্র অতি সহজে অঙ্কিত হয়, কোন নির্দিষ্টপরিমাণ ব্যাস বা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইলে প্রথমতঃ কম্পাস ও টেরচা মানদণ্ডের সাহায্যে উক্ত ব্যাসপরিমাণ বা ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ নির্ধারণ করিয়া পরে বৃত্ত আঁকিতে হয় । কম্পাসের সাহায্যে মানদণ্ড হইতে ইচ্ছামত দূরত্ব গ্রহণ করিয়া ঋজুরেখা টানা যাইতে পারে, ও কোন ঋজুরেখা হইতে ক্ষুদ্রতর ঋজুরেখা কাটিয়া লওয়া

যাইতে পারে, ফলতঃ কম্পাস দ্বারা জ্যামিতিক রেখা প্রভৃতি অঙ্কিত করিবার পক্ষে সমূহ উপকার হয়। অতএব প্রত্যেক পাঠার্থীর নিকট অন্ততঃ একটী কম্পাসও থাকা নিতান্ত আবশ্যিক।

সমকোণী। এই যন্ত্রটী একখানি কাঠখণ্ডদ্বারা নির্মিত দুইটী ত্রিভুজ মাত্র। ইহা দ্বারা লম্ব রেখা, সমকোণ প্রভৃতি সহজেই আঁকিতে পারা যায়।

সমান্তর রুলর। এই যন্ত্রটী সমচতুর্কোণ দুই খণ্ড ক্ষুদ্র তক্তা-মাত্র পরস্পর দুই পিতলের ফলকদ্বারা আবদ্ধ। তক্তা দুইখানি সমান্তরভাবে অবস্থিত, ও ফ্রস সাহায্যে তক্তা দুইখানিকে ইচ্ছা-মুসারে বিস্তৃত ও সংকুচিত করা যাইতে পারে। এই যন্ত্রদ্বারা সমান ও সমান্তর ঋজুরেখা টানা যায়।

প্রোট্রাক্টর পরিবর্দ্ধক বা কোণমান যন্ত্র।

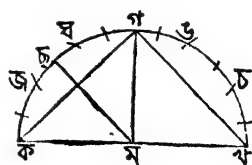
জ্যামিতিক গণনার সুবিধার্থ, বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৩৬০ সমান ভাগে বিভক্ত হইয়া থাকে। এই সকল ভাগের প্রত্যেকটীকে এক একটী অংশ কহে। প্রত্যেক অংশ ৬০ সমান ভাগে বিভক্ত, প্রত্যেকের নাম কলা। কলাও আবার ৬০ সমান অংশে বিভক্ত, প্রত্যেক অংশের নাম বিকলা। সুতরাং এক সামিবৃত্তে সর্ব-সমেত ১৮০টী অংশ ও এক বৃত্তপাদে ২০টী অংশ থাকে। কোণের পরিমাণ নির্ণয়নার্থ অংশের প্রয়োজন। কোন একটী নির্দিষ্ট কোণ কত বড় তাহা নির্ণয় করিতে হইলে, কোণটী “এত অংশ পরিমিত” বলিয়া নির্দেশ করিতে হয়। উল্লিখিত ৩৬০ অংশের এক একটী অংশ কোণমানের একক স্বরূপ ব্যবহৃত হইয়া থাকে। ২০ অংশ পরিমিত কোণের নাম সমকোণ। কোন নির্দিষ্ট কোণ, ২০ অংশ অপেক্ষা নূনপরিমাণ হইলে ক্ষুদ্রকোণ এবং

উহা অপেক্ষা অধিক পরিমাণ হইলে স্থূলকোণ কহে । অতএব স্পষ্টই প্রতীয়মান হইতেছে যে, এক পূর্ণবৃত্তে অর্থাৎ একটি বিন্দুর চতুর্দিকে যতগুলি কোণ থাকিতে পারে, তৎসমুদয়ের সমষ্টি চারিটি সমকোণের সহিত সমান ।

কোন নির্দিষ্ট অংশ পরিমাণ কোণ বিন্যাস করিতে হইলে, এক প্রকার যন্ত্র ব্যবহৃত হইয়া থাকে, তাহাকে পরিবর্তক বা প্রোট্রাক্টর যন্ত্র কহে । কোণাশ্রিত রেখাগুলি ইহা দ্বারা ইচ্ছানুসারে বর্দ্ধিত করিতে পারা যায় বলিয়া এই যন্ত্রের নাম পরিবর্তক যন্ত্র । ইহাকে কোণমান যন্ত্রও বলা যায় । কোণমান যন্ত্র দ্বিবিধ আকারের হইতে পারে । সামিবৃত্তাকার ও আয়ত ক্ষেত্রাকার । সামিবৃত্তাকার যন্ত্রে ধনুটী ১৮০ সমান অংশে বিভক্ত থাকে এবং বাম হইতে ডাহিনে, ও ডাহিন হইতে বামে দুই স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র সারি সংখ্যা দ্বারা অংশ সংখ্যাগুলি চিহ্নিত থাকে । আয়ত-ক্ষেত্রাকার যন্ত্র অধুনা ব্যবহৃত হইতে আরম্ভ হইয়াছে । অংশের পরিমাণ ও সংখ্যাগুলি উভয় আকারের যন্ত্রেই ভ্রান্তিবিহীনরূপে চিহ্নিত থাকে । এই যন্ত্র বৃত্তক্ষেত্রাকার ও হইতে পারে ।

সামিবৃত্তাকার পরিবর্তক নির্মাণ করিবার কৌশল ।

কখ নামক কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ ব্যাসের উপর একটি সামিবৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং কখ ব্যাসের উপর ম কেন্দ্র হইতে মগ লম্ব উত্তোলন পূর্বক সামিবৃত্তটাকে দুই পাদবৃত্তে

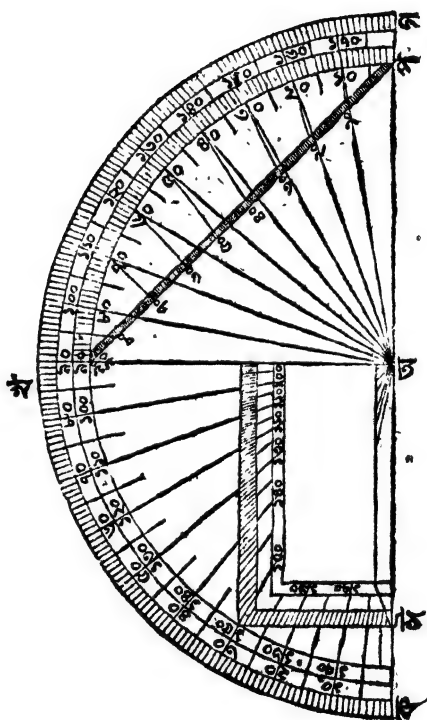


বিভাগ কর । ক, খ, ও গ বিন্দু হইতে সামিবৃত্তের ব্যাসার্ধ টানিয়া উহাদের দ্বারা সামিবৃত্তের পরিধিকে ঘ, ঙ, জ, ও



চ, বিন্দুতে ছেদ 'কর'। এইরূপ করিলে সামিবৃত্তের 'পরিধিটা' প্রত্যেকে ৩০ অংশ পরিমিত ছয়টি সমান ভাগে বিভক্ত হইবে। অনন্তর কগ জ্যা বিন্যাস কর। এবং তত্পরি মছ ব্যাসার্ধ লম্বভাবে পাতিত করিয়া জঘ ধম্ব, ও কগ পাদ-বৃত্তকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত কর। তাহা হইলে জঘ, ও

সামিবৃত্তাকার পরিবর্তক বা চাঁদা।



জঘ ধম্ব বা চাপদ্বয় প্রত্যেকে ১৫ অংশ পরিমিত হইল। এবং ইহাদের অভিমুখীন কোণদ্বয় ও তদনুসারে ১৫ অংশ পরিমিত হইল। এক্ষণে জঘ বা যঘ পরিমিত বৃত্তাংশ সমস্ত পরিমিতে

কল্পনা করিয়া, পরিধিতিকে ১৫ অংশ পরিমাণ এক এক চাপে বিভক্ত কর। তাহা হইলে সর্বসমেত এইরূপ ১২টী ভাগ হইবে। তাহার পর এই ১২টীর প্রত্যেক চাপকে অনুমান দ্বারা তিন তিন সমান ভাগে বিভক্ত করিলে, এক একটী ৫ অংশ পরিমিত চাপ প্রাপ্ত হওয়া যাইবে, এবং পরিধিটী প্রত্যেকে ৫ অংশ পরিমিত ৩৬টী ভাগে বিভক্ত হইবে। আবার এইরূপ প্রত্যেক চাপকে পাঁচ পাঁচ সমান ভাগে বিভক্ত করিয়া ১ অংশ পরিমাণ চাপ পাওয়া যাইবে। অনুমান দ্বারা না করিয়া প্রত্যেক চাপের জ্যা, যদি জ্যামান-যন্ত্রদ্বারা নির্ণয় করিয়া লইয়া পরে অভীষ্ট চাপগুলি বিন্যাস করা যায়, তাহা হইলে ক্ষুদ্রতর ভাগগুলি অত্রা-স্তরূপে অঙ্কিত করা যাইতে পারে। উল্লিখিত ভাগগুলি সম্পূর্ণ হইলেই প্রোট্রাক্টর যন্ত্র ব্যবহারোপযোগী হইবে, অর্থাৎ উহাদ্বারা কোণ পরিমাণ করা যাইতে পারিবে। ছাত্রদিগের শিক্ষার্থ পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের একটী প্রতিকৃতি উপরে প্রদত্ত হইল।

প্রোট্রাক্টর বা পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের ব্যবহার।

কোন ঋজুরেখার উপর কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ কোণ নিষ্কাশন করিতে হইলে, কোণমান বা পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের ব্যাস নির্দিষ্ট ঋজুরেখার উপর একরূপে সংস্থাপিত কর, যে পরিবর্দ্ধকের ম নামক কেন্দ্র স্থান উক্ত ঋজুরেখার নির্দিষ্ট বিন্দুর উপর পতিত হইবে ও উহার সহিত মিলিয়া যাইবে, এবং উহার ব্যাস উক্ত রেখার উপরেই পতিত হইবে। পরে যত অংশ পরিমাণ কোণ বিন্যাস করা আবশ্যক পরিবর্দ্ধকের পরি-ধির উপর যেখানে সেই অংশসূচক সংখ্যা নিহিত আছে, তথায় পেন্সিল বা আলপিন দ্বারা একটী ক্ষুদ্র দাগ দেও এবং একটী অক্ষর নিহিত কর। অনন্তর যন্ত্র সরাইয়া লইয়া যে স্থলে

উক্ত বিন্দু পড়িবে, তথা হইতে কেন্দ্র পর্য্যন্ত একটা ঋজুরেখা টান। তাহা হইলে এই ঋজুরেখা নির্দিষ্ট ঋজুরেখার সহিত সম্পাতে নির্দিষ্ট পরিমাণ কোণ উৎপন্ন করিবে।

উদাহরণ। মনে কর নির্দিষ্ট কথ ঋজুরেখার ম বিন্দুতে ৬০ অংশ পরিমাণ একটা কোণ বিন্যাস করিতে হইবে। (পূর্বের প্রতিকৃতি দেখ) পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের কেন্দ্রবিন্দু নির্দিষ্ট ম বিন্দুর উপর একরূপে সংস্থাপিত কর যে উহার যেন পরস্পর মিলিয়া একীভূত হয় ও পরিবর্দ্ধকের ব্যাস উক্ত ঋজুরেখার উপরেই পড়ে। পরে পরিবর্দ্ধকের পরিধিতে যে স্থানে ৬০ অংশের চিহ্ন নির্দিষ্ট আছে, পেন্সিল দ্বারা তথায় একটা দাগ দিয়া য় অক্ষর বসাও। অনন্তর য় বিন্দু হইতে ম বিন্দু পর্য্যন্ত একটা ঋজুরেখা টান। তাহা হইলে অভীষ্ট কোণ উৎপন্ন হইবে।

পরিবর্দ্ধক যন্ত্রদ্বারা যেরূপ কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ কোণ প্রণয়ন করা যায়, তদ্রূপ কোম নির্দিষ্ট কোণের পরিমাণ কত তাহাও অনায়াসেই নির্ণীত হইতে পারে। কোন নির্দিষ্ট কোণের পরিমাণ কত তাহা নির্ধারণ করিতে হইলে পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের কেন্দ্রটা ঠিক নির্দিষ্ট কৌণিক বিন্দুর উপর নিহিত কর, এবং উহার ব্যাসটা কোণাশ্রিত ঋজুরেখার মধ্যে ঠিক একের উপরেই একরূপে নিহিত কর যে, পরিমেয় কোণটা যেন পরিধির ভিতরের দিকে পড়ে। তাহা হইলে অপর ঋজুরেখাটা পরিধির যে স্থানে পড়িবে, তথায় যত অংশের চিহ্ন আছে, তাহাই নির্দিষ্ট কোণের পরিমাণ হইবে। ফলতঃ এরূপ স্থলে পরিবর্দ্ধকের কেন্দ্রটা নির্দিষ্ট কৌণিক বিন্দুর উপর সংস্থাপিত করিলেই নির্দিষ্ট কোণের পরিমাণ জানা যাইতে পারে। কোণাশ্রিত কোন রেখার উপর পরিবর্দ্ধকের ব্যাস নিহিত করিবার তাদৃশ

প্রয়োজন নাই, কারণ কোণিক বিন্দুর উপর পরিবর্তকের কেন্দ্রটি সংস্থাপিত করিলে কোণাশ্রিত ঋজুরেখাদ্বয় যে যে বিন্দুতে পরিস্পর্শ করিবে, উক্ত বিন্দুদ্বয়ের অন্তর্গত ধনুর পরিমাণ চিহ্ন দেখিলেই কোণটির পরিমাণ জানা যাইবে, কারণ উভয়েই অভিন্ন। এই প্রকারে আবার কোণ পরিমাণ করিবার জন্য একটি স্বতন্ত্র জ্যামানদণ্ড নির্মিত হইতে পারে।

মানদণ্ড বা স্কেল।

কোন নির্দিষ্ট দূরত্বকে সুবিধামত অনেক সমান অংশে বিভক্ত করিয়া ক্ষুদ্রতর আয়তনে প্রকাশিত করিবার জন্য যে দণ্ড বা কার্ঠফলকে অঙ্কিত করা যায় তাহার নাম মানদণ্ড। মানদণ্ডের সাহায্যে ক্ষেত্রাদি যেকোন পদার্থকে অল্প স্থানের মধ্যে একরূপে অঙ্কিত করিতে পারা যায়, যে নক্সার সমস্ত অংশই উপযুক্ত স্থানে সন্নিবেশিত হইতে পারে, এবং আদর্শের সর্বাবয়বের সহিত নক্সার সর্বাবয়বই সমানুপাতী হয়। ফলতঃ মানদণ্ডের সাহায্যে ক্ষেত্রাদি একরূপ কৌশলে অঙ্কিত হইতে পারে, যে উহাদের প্রতিকৃতি মাত্র দর্শনে প্রকৃত আকারও পরিমাণ কি তাহা সহজেই নিরূপণ করিতে পারা যায়। মানদণ্ড দুই প্রকার, সোজা, ও টেরচা বা ডায়োগনাল স্কেল। কত পরিমাণ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তে কত পরিমাণ দৈর্ঘ্য নক্সায় ব্যবহার করা উচিত তাহার কিছুমাত্র নিয়ম নাই। কোন কোন মানদণ্ডে ২ ইঞ্চি পরিমিত দৈর্ঘ্য ১ ফুটের স্থানীয়, কোন কোন দণ্ডে ১ ইঞ্চি ১ গজের স্থানীয়, আবার কোথাও বা ২ বা ৩ ইঞ্চি এক মাইলের পরিবর্তেও ব্যবহৃত হইয়া থাকে। সোজা স্কেলে ইঞ্চি বা অন্য কোন পরিমাণ লইয়া উহাকে ১০ ভাগ করিতে

হয় ; টেরচা স্কেলে উহাকে শত ভাগ করা হইয়া থাকে । যদি প্রশ্ন এরূপ থাকে যে ইঞ্চি মাপের সোজা স্কেল কর, তাহা হইলে প্রশ্নের মর্ম্ম এই বুঝিতে হইবে যে, যে স্কেলে ইঞ্চির ১০ ভাগের ১ ভাগ পর্য্যন্ত পাওয়া যায়, এরূপ একটা স্কেল প্রস্তুত করিতে হইবে । আবার যদি প্রশ্ন এরূপ থাকে যে, ইঞ্চি মাপের টেরচা স্কেল কর, তাহা হইলে এই বুঝিতে হইবে যে, যে স্কেলে ইঞ্চির শত ভাগের এক ভাগ পর্য্যন্ত পাওয়া যাইতে পারে, এরূপ স্কেল প্রস্তুত করিতে হইবে । স্কেল সর্বত্র সমান হয় না, ভিন্ন ভিন্ন স্থলে ভিন্ন ভিন্ন প্রকার স্কেল প্রণয়ন করিতে হয়, কিন্তু কোন নক্সা অঙ্কিত করিবার সময় কিরূপ স্কেল অনুসারে উহা অঙ্কিত করা সুবিধা, সর্বত্রই তাহা নির্ধারণ করা আবশ্যক । যত প্রকার স্কেল হইতে পারে, তৎসমুদয়ের মধ্যে এক ইঞ্চিতে তাহাদের যেটীতে যত ফুট বুঝায় তাহা ধরিয়া তাহাদের নামকরণ হইয়া থাকে । যে স্কেলের ১ ইঞ্চিতে ১০০ ফুট বুঝায়, তাহাকে ১ ইঞ্চি মাপের শত ফুটিয়া স্কেল কহে । এই প্রকার যে স্থলে এক ইঞ্চিতে ২০০, বা ৫০০ ফুট প্রভৃতি বুঝায়, তাহাকে এক ইঞ্চি মাপের ২০০ বা ৫০০ ফুটিয়া স্কেল কহা হয় । অতএব কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে ১০০, ২০০ প্রভৃতি কোন প্রকার ফুটিয়া স্কেলে অঙ্কিত কর বলিলে বুঝিতে হইবে, যে উক্ত দৈর্ঘ্যাদি পরিমাণের ১০০, বা ২০০ ফুটকে ১ ইঞ্চি ধরিয়া নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে । কোন নির্দিষ্ট নক্সার মানদণ্ড দ্বারা পদার্থের বৈখিক পরিমাণের উপলব্ধি হইয়া থাকে । ফ্রেঞ্চল বা ভূগৃহ-গত অবয়বের সহিত মানদণ্ডের কোন সম্পর্ক নাই । নক্সা প্রকৃত পদার্থের অর্দ্ধপরিমিত মানদণ্ড দ্বারা অঙ্কিত হইলে নক্সার

রৈখিক পরিমাণ প্রকৃত পদার্থের রৈখিক পরিমাণের অর্ধেক হইবে, কিন্তু নক্সার ক্ষেত্রফল আদর্শের ক্ষেত্রফলের চারিভাগের একভাগ মাত্র হইবে। এইরূপ অন্যান্য স্থলেও বুঝিতে হইবে।

সোজা স্কেল বা গজ প্রস্তুত করিবার প্রণালী।

ইঞ্চি মাপের সোজা-স্কেল। স্কেলের এক ইঞ্চিতে কোন নির্দিষ্টসংখ্যক ফুট বুঝাইবে এরূপ একটা স্কেল প্রস্তুত করিতে হইবে।

একটা ঋজুরেখা টান, এবং একটা স্কেল যন্ত্র হইতে কম্পাস-দ্বারা এক ইঞ্চি মাপিয়া লও। অনন্তর রেখাটির উপরে ১ ইঞ্চি মাপের কয়েকটা দাগ পরে পরে বসাইয়া দেও। স্কেল যত ইঞ্চি করিবার প্রয়োজন প্রথমে যে ১ ইঞ্চি মাপ লইয়াছে তাহার পর তত সমান ভাগ কর। পরে সর্ব্বের বামদিকের বিন্দুর উপর ১, তাহার ডাইনের বিন্দুর উপর ০, এবং ০ শূন্যের ডাইনের ১ ইঞ্চি পরিমিত ভাগগুলির সূচক বিন্দুগুলির উপর যথাক্রমে ১, ২, ৩, ৪, প্রভৃতি আবশ্যকমত সংখ্যা লিখ। তৎপরে রেখাটির সর্ব্বের বামদিকের ভাগটিকে অর্থাৎ যে ভাগের বামে ১, ও ডাইনে ০ চিহ্ন দেওয়া হইয়াছে, সেইটিকে দশ সমান ভাগে বিভক্ত কর। সুতরাং এই ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ভাগ গুলি প্রত্যেক ১ ইঞ্চির দশ ভাগের এক ভাগ হইতেছে।

স্কেলের দ্বারা দুইটা প্রয়োজন সিদ্ধ হয়, প্রথমতঃ ইহা দ্বারা কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য মাপিয়া লওয়া যাইতে পারে; দ্বিতীয়তঃ, কোন দৈর্ঘ্য ইহা দ্বারা মাপিয়া পরিমাণ করা যাইতে পারে। ১ম, যদি সোজা স্কেল হইতে কোন নির্দিষ্টসংখ্যক ইঞ্চি জইবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে যত ইঞ্চি লইবার প্রয়োজন, বড়

ভাগগুলির তত সংখ্যাবারা চিহ্নিত ভাগের মাতায়  
 কম্পাসের এক পদ স্থাপিত করিয়া, অপর পদ ০ চিহ্নিত  
 বিন্দুর উপর পর্য্যন্ত বাড়াইয়া দিবে। তাহা হইলে  
 কম্পাসের পদদ্বয়ের অন্তর্গত দৈর্ঘ্য নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য  
 হইবে। যদি ৩ ইঞ্চি লইবার প্রয়োজন হয়, তাহা  
 হইলে ৩ চিহ্নিত স্থানে কম্পাসের প্রথম পদ রাখিয়া  
 ০ চিহ্নিত স্থানে দ্বিতীয় পদ বাড়াইয়া দিবে। ৫ ইঞ্চি  
 লইবার প্রয়োজন হইলে ৫ চিহ্নিত স্থানে কম্পাসের  
 প্রথম ও ০ চিহ্নিত স্থানে দ্বিতীয় পদ বিন্যস্ত করিবে,  
 ইত্যাদি। যদি স্কেল হইতে কোন নির্দিষ্ট সংখ্যক  
 ইঞ্চি ও এক ইঞ্চির ১০ ভাগের কোন নির্দিষ্ট সংখ্যক  
 ভাগ লইতে হয়, তাহা হইলে, প্রথমে যত ইঞ্চির উল্লেখ  
 থাকিবে, কম্পাসের প্রথম পদ বড় ভাগগুলির তত  
 চিহ্নিত ভাগের মাতায় বসাইবে, পরে ইঞ্চির ১০  
 ভাগের যত ভাগের উল্লেখ আছে, কম্পাসের অপর পদ ক্ষুদ্র-  
 ভাগগুলির তত চিহ্নিত ভাগের উপর বসাইবে। . তাহা  
 হইলে কম্পাসের পদদ্বয়ের অন্তর্গত স্থান আবশ্যক দূরত্ব  
 হইবে। ৪ ইঞ্চি ও ১ ইঞ্চির ১০ ভাগের ৬ ভাগ লইতে হইলে,  
 কম্পাসের প্রথম পদ ৪ চিহ্নিত বড় ভাগের উপরে ও দ্বিতীয়  
 পদ চিহ্নিত ছোট ভাগের উপরে বসাইতে হইবে। তাহা হইলে  
 কম্পাসের দুই পদের অন্তর্গত স্থান ৪ ইঞ্চি ও ১' ইঞ্চির ১০ ভাগের  
 ৬ ভাগ পরিমিত হইবে।

এই স্থলে স্কেলের ১ ইঞ্চি, আদর্শের ১' ফুট বা ১২ ইঞ্চি,  
 ১ গজ বা ৩৬ ইঞ্চি, প্রভৃতি যে কোন দৈর্ঘ্যের প্রতিনিধিস্বরূপে  
 ব্যবহৃত হইতে পারে। যদি এক ইঞ্চি ১ গজের পরিবর্তে ব্যবহৃত



হয়, তাহা হইলে বাম ভাগের ক্ষুদ্র দাগগুলি প্রত্যেকে ১ গজ অর্থাৎ ৩৬ ইঞ্চির ১০ ভাগের ১ ভাগ হইবে । যদি ১ ইঞ্চি এক মাইলের পরিবর্তে ব্যবহৃত হয়, তবে ক্ষুদ্রভাগগুলি প্রত্যেকে ১ মাইলের ১০ ভাগের এক ভাগ বলিয়া পরিগণিত হইবে ইত্যাদি । ২য়ঃ—যদি সোজা স্কেলের সাহায্যে কোন নির্দিষ্ট ঋজুরেখাদির দৈর্ঘ্য কত, তাহা নির্ণয় করিতে হয়, তাহা হইলে, ঋজুরেখাটির এক প্রান্ত স্কেলের ০ চিহ্নিত স্থানে বিন্যস্ত করিয়া ডাহিনদিকের দাগে দাগে মাপিলেই কার্য চলিতে পারে ।

(২) ছয় ফুটে এক ইঞ্চি ধরিয়া একটা সোজা স্কেল নির্মাণ করিতে হইবে । ইঞ্চি মাপের মানদণ্ড হইতে কথ ঋজুরেখা ১ ইঞ্চির সমান করিয়া লও । পরে কথ ছয়টা সমান খণ্ডে বিভক্ত কর, তাহা হইলে উহার প্রত্যেক অংশ এক ফুটের সমান হইল । অনন্তর কথ রেখার ডাহিনে খ হইতে যে পর্য্যন্ত লইলে উক্ত ৬ অংশের ৪ অংশের সমান হয়, সেই স্থানে গ চিহ্ন দেও, তাহা হইলে কথ রেখা ১০ অংশ অর্থাৎ ১০ ফুটের সমান হইল । পরে কগ রেখার সমান করিয়া গ বিন্দুর ডাহিন দিকে গঘ, ঘচ, প্রভৃতি ব্যবধান চিহ্নিত করিয়া দেও । তাহা হইলে, দশ দশ ফুটের স্কেল পাওয়া গেল, এবং সর্ব্বের বামস্থ প্রথম ১০ ফুটের খণ্ড এক এক ফুটেও বিভক্ত হইল । এই দণ্ডের ক বিন্দুতে ১০ সংখ্যা দিতে হইবে, এবং ক হইতে গ পর্য্যন্ত যে ১০ ভাগ হইয়াছে তৎসমুদয় ১, ২, প্রভৃতি সংখ্যাদ্বারা চিহ্নিত করিতে হইবে । তাহার পর গ, ঘ, চ ইত্যাদি বিন্দুতে ১, ১০ প্রভৃতি সংখ্যা দিতে হইবে । প্রথম খণ্ডের অংশসূচক সংখ্যার বিপর্য্যয় না করিলে, যাহার দৈর্ঘ্য পরিমাণ দশ দশ অপেক্ষা অল্প অথবা অধিক তাহার মাপ এই দণ্ড দ্বারা সহজে পাওয়া



যাইত না। এক এক ফুটের অংশ গুলি যদি বড় হয়, তাহা হইলে ক বিন্দুর বামদিকে ঐ এক অংশের সমান করিয়া কম রেখা লইয়া উহাকে ১০, ২, বা ৪ সমান অংশে বিভক্ত করিলে বিশেষ সুবিধা হইতে পারে।

সোজা স্কেল নানাপ্রকার হইতে পারে। উপরে যে ছুইটি উদাহরণ প্রদত্ত হইয়াছে উহাতে প্রদর্শিত নিয়ম অনুসারে সকল প্রকার স্কেলই প্রস্তুত করা যাইতে পারিবে। ইঞ্চির চতুর্থাংশ বা অন্য কোন অংশের সোজা স্কেল করিতে হইলে, সর্বপ্রথমে ১ ইঞ্চিকে তত ভাগ করিয়া লইতে হইবে, পরে তাহার এক ভাগকে পুনর্বার ১০ ভাগ করিয়া পূর্বের ন্যায় সংখ্যা লিখিয়া দিলেই স্কেল হইবে।

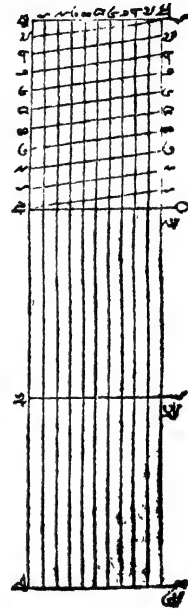
ডায়োগনাল স্কেল, বা টেরচা মানদণ্ড।

ডায়োগনাল স্কেল দ্বারা ইঞ্চি প্রভৃতি মাপের অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশও পাওয়া যাইতে পারে। এই স্কেল দুই প্রকার। এক প্রকারে ক্ষুদ্র অংশগুলি প্রত্যেকে ১০ ভাগের এক ভাগ, আর আর এক প্রকারে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশগুলি দ্বাদশ ভাগের এক এক ভাগ।

দশমাংশীকৃত একটা ডায়োগনাল স্কেল প্রস্তুত করিতে হইবে, এবং কি প্রকারে উহার ব্যবহার করিতে হয়, তাহাও স্থির করিতে হইবে।

যত ইচ্ছা সুবিধামত দৈর্ঘ্য লইয়া কঞ্চ নাম দিয়া একটা ঋজুরেখা টান। কঞ্চ ঋজুরেখাকে এক্রূপে বর্দ্ধিত কর, যে সমগ্র রেখাটি (বা উহার বর্দ্ধিত অংশ) যেন কঞ্চ অংশের ১০ গুণ হয়। এবং ঋগ, গঘ, ইত্যাদি অংশ কঞ্চ অংশের সমান

কর। এক্ষণে সমগ্র রেখাটির সহিত সমান্তর করিয়া আর একটা ঋজুরেখা টান। এই রেখাতে কখ, খগ, গঘ, ঘঙ, প্রভৃতি অংশের সমান অংশ সকল চিহ্নিত কর। মনে কর এই অংশ গুলি অই, ইঈ, ঈউ, উউ, প্রভৃতিরূপে চিহ্নিত হইল। কঅ, খই, গঈ, ঘউ, ঙউ প্রভৃতি রেখাগুলি টান। কঅ ঋজুরেখাকে ১০ সমান অংশে বিভক্ত কর, এবং বিভাগবিন্দু সকল হইতে কখ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর করিয়া ৯টা ঋজুরেখা টান, এবং এগুলিকে শেষ পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত কর। খক ঋজুরেখাকে ১০ সমান অংশে বিভক্ত কর, এবং ভাগ বিন্দুগুলিকে ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ও ৯ সংখ্যাদ্বারা চিহ্নিত কর। ইঅ ঋজুরেখাকে ১০ সমান ভাগে বিভক্ত কর। খক, ও ইঅ ঋজুরেখাদ্বয়ের ভাগ বিন্দুগুলি, কর্ণরেখাসমূহ দ্বারা পরস্পর সংযুক্ত কর। অর্থাৎ খ বিন্দুকে উহার সন্নিহিত বিন্দুর সহিত ১ বিন্দুকে উহার সন্নিহিত বিন্দুর সহিত, ইত্যাদি ক্রমে যোগ কর। কঅ, খই, গঈ, ঘউ, ঙউ প্রভৃতি রেখাগুলিকে কখ রেখার লম্বস্বরূপে টানাই ব্যবহার, কিন্তু এগুলিকে লম্বস্বরূপে না টানিলে যে কার্য চলিতে পারে না এরূপ নহে। এই প্রক্রিয়াগুলি শেষ হইলেই স্কেলটি প্রস্তুত হইল। দৃশ্যমান প্রতিরূপিতে স্থানাভাব বশতঃ সমগ্র স্কেলটি অঙ্কিত হয় নাই।



ডায়োগনাল স্কেলের দ্বিবিধ প্রয়োজন । ১ম ইহা দ্বারা নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য যে কোন ঋজুরেখা টানা যাইতে পারে, দ্বিতীয়তঃ কোন নির্দিষ্ট ঋজুরেখার কত দৈর্ঘ্য তাহাও ইহা দ্বারা পরিমাণ করা যাইতে পারে ।

প্রথমতঃ, ইহা দ্বারা নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য ঋজুরেখা টানিতে পারা যায় । মনে কর কখ ঋজুরেখা এক ইঞ্চি পরিমাণ । মনে কর ইহার সাহায্যে ২.৫৭ ইঞ্চি পরিমাণ গ্রহণ করিতে হইবে । কম্পাসের এক পদ ঘ ( বা উপরের ২ ) চিহ্নের উপর সংস্থাপিত কর, এবং অপর পদটা বিস্তৃত করিয়া ৫ চিহ্নের উপর স্থাপন কর । তাহা হইলে ২.৫ পরিমাণ পাওয়া যাইতেছে, ইহা স্পষ্টই বুঝা গেল । পরে কম্পাসের এক পদ ঘউ, ও অপর পদ ৫ চিহ্নে যে কর্ণ রেখা আরম্ভ হইতেছে, এই উভয়ের উপর দিয়া চালিত কর, করিলে পদদ্বয় যখন উভয়েই সপ্তম কর্ণ রেখার উপর উপনীত হইবে, তখন পদদ্বয়ের অন্তর্গত দূরত্ব ২.৫৭ ইঞ্চি হইবে ।

কিন্তু যদি কখ ঋজুরেখা ১ ইঞ্চির সমান না হইয়া ১০ ইঞ্চির সমান হয়, তাহা হইলে ক্ষুদ্রভাগগুলি প্রত্যেকে এক এক ইঞ্চি পরিমিত হইবে, এবং উপরি উক্তরূপে পরিমাণ গ্রহণ করিলে উহা ২.৫৭ না হইয়া ২৫.৭ ইঞ্চি হইবে । যদি কখ ঋজুরেখা ১০০ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে ক্ষুদ্র ভাগ গুলি প্রত্যেকে ১০ ইঞ্চি পরিমিত হইবে, এবং উপরিউক্ত প্রকারে পরিমাণ গ্রহণ করিলে উহা ২৫৭ ইঞ্চি হইবে । ইত্যাদি ।

দ্বিতীয়তঃ । এই স্কেলের সাহায্যে কোন নির্দিষ্ট ঋজুরেখার দৈর্ঘ্য পরিমাণ করিতে পারা যায় । কম্পাসের দুই পদ নির্দিষ্ট ঋজুরেখাঘরের উভয় প্রান্ত পর্য্যন্ত বিস্তৃত কর, পরে উহার একটা পদ প্রয়োজনমত খই, গঙ্গি প্রভৃতি যে কোন একটা এড়ে

রেখার উপর দিয়া চালিত কর, আর একটা পদ যে কোন একটা কর্ণরেখার উপর দিয়া চালিত কর, এইরূপ করিতে করিতে, যখন কম্পাসের পদদ্বয় কক্ষ রেখার সমান্তর কোন একটা ঋজুরেখার দুই বিভাগবিন্দুতে পতিত হইবে, তখন পদদ্বয়ের মধ্যে যে ফাঁক টুকু হইবে, তাহাই নির্দিষ্ট ঋজুরেখার দৈর্ঘ্য বলিয়া বুঝিতে হইবে। মনে কর কম্পাসের একটা পদ গঙ্গা ঋজুরেখার উপর ও অপর পদটি ৯ চিহ্নে যে কর্ণরেখাটি আরম্ভ হইতেছে, তাহার উপর পতিত আছে, এবং উভয় পদই কক্ষ ঋজুরেখার পঞ্চম সমান্তর রেখার উপর অবস্থিত আছে, তাহা হইলে নির্দিষ্ট ঋজুরেখাটির দৈর্ঘ্য কক্ষ ঋজুরেখার দৈর্ঘ্যের ১০.৯৫ গুণ হইবে। ইত্যাদি।

এস্থলে একটা বিষয় বিশেষ মনোযোগ সহকারে বুঝিতে হইবে। কক্ষ রেখা ১০ সমান ভাগে বিভক্ত হইয়াছে বলিয়া, ক্ষুদ্র অংশগুলি প্রত্যেকে কক্ষ রেখার ১০ ভাগের এক ভাগ। আর ৮ম সম্পাদ্যের শেষ অংশের তাৎপর্যানুসারে ক ১ প্রথম ক্ষুদ্রাংশের ১ বিন্দুতে অ বিন্দু হইতে যে কর্ণরেখা টানা হইয়াছে, ঐ ঋজুরেখা কক্ষ রেখার সকলের উপরের নীচে যে দ্বিতীয় সমান্তর রেখা আছে, উহাকে যে বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে, সেই বিন্দু ও কক্ষ ঋজুরেখা ৯ চিহ্নিত বিন্দুর অন্তর্গত উল্লিখিত দ্বিতীয় সমান্তর রেখাটির যে অংশ টুকু, উহা কক্ষ রেখার দশমাংশ ক ১ রেখার ১০ ভাগের এক ভাগ, তাহার নীচেরটা অর্থাৎ তৃতীয় সমান্তরিকের তাদৃশ অংশটি উহার ১০ ভাগের দুই ভাগ ইত্যাদি ক্রমে ক ১ রেখার অব্যবহিত উপরেরটা উহার ১০ ভাগের ৯ ভাগ, কিন্তু ক ১, প্রভৃতি ১০টা ক্ষুদ্র অংশই প্রত্যেকে কক্ষ রেখার ১০ ভাগের এক ভাগ, সুতরাং উল্লিখিত সমান্তর সমুদয়ের

অংশগুলি যথাক্রমে কথ্য রেখার ১০০ ভাগের ১ ভাগ, ১০০ ভাগের ২ ভাগ প্রভৃতি । যদি কথ্য রেখা ১ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে উক্ত সমান্তর সমূহের অংশগুলি যথাক্রমে ১ ইঞ্চির ১০০ ভাগের ১ ভাগ, ২ ভাগ প্রভৃতি বুঝাইবে । এক্ষণে বুঝা যাইতেছে যে, পড়িয়ান রেখাগুলির মাতার অঙ্কে ইঞ্চি প্রভৃতি বুঝায়, টেরচা বা কর্ণরেখার মাতার অঙ্কে ইঞ্চি প্রভৃতির দশমাংশ বুঝায়, আর সমান্তর রেখাগুলির পুশের অঙ্কে ইঞ্চি প্রভৃতির শতাংশের ১, ২, ৩ প্রভৃতি অংশ বুঝায় । টেরচা স্কেলের দ্বারা মাপ লইতে হইলে, কেবল সমান্তর রেখাগুলির উপরেই কম্পাস বসাইতে হয় । প্রশ্নে ইঞ্চির যে কয় শতাংশ লইতে বলা হইয়াছে, সেই অঙ্কটী যে সমান্তর রেখার পার্শ্বে লেখা আছে, তাহার উপরে কম্পাস বসাইয়া মাপ লইতে হইবে । প্রশ্নে ইঞ্চির যে কয় দশমাংশ লইবার কথা, সেই অঙ্কটী যে টেরচা রেখার উপর লিখিত, সেই টেরচা রেখা সমান্তর রেখাকে যে বিন্দুতে কাটিয়াছে, সেইখানে কম্পাসের এক পদ বসাইবে । এবং প্রশ্নে যে কয় ইঞ্চি লইবার কথা, সেই অঙ্ক যে পড়িয়ান রেখার উপর অঙ্কিত আছে, সেই পড়িয়ান রেখা সমান্তর রেখাকে যেখানে কাটিয়াছে, সেই খানে কম্পাসের অন্য পদ বসাইবে । কি প্রকারে কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য গ্রহণ করিতে হয়, তাহা পূর্বেই প্রদর্শিত হইয়াছে ।

কণা রেখাকে ১০ ভাগ করিয়া যেমন দশমিক ডায়োগনাল স্কেল করা হইয়াছে, সেইরূপ উহাকে ১২ ভাগে বিভক্ত করিয়া দ্বাদশী স্কেল করা যাইতে পারে । দশমিক স্কেল দ্বারা যেমন ফুট, ইঞ্চি প্রভৃতির ১০, ১০০ প্রভৃতি দশের গুণ্য দূরত্ব পাওয়া যায়, দ্বাদশী দ্বারা সেইরূপ ১২ র গুণ্য দূরত্ব পাওয়া যায় । দশমিক স্কেল লইয়া যে প্রক্রিয়া অনুসারে ২.৫৭ পরিমিত দৈর্ঘ্য পাওয়া

গিয়াছে, দ্বাদশী স্কেল লইয়া সেই প্রক্রিয়া করিলে  $[ ২ + \frac{৫}{১১} + \frac{১}{১১} ]$  পরিমিত দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে । যদি কগ ঋজুরেখা ১ ফুট হয়, তাহা হইলে উক্ত প্রক্রিয়ানুসারে ২ ফুট  $\frac{৫}{১১}$  ইঞ্চি পাওয়া যাইবে । আবার দশমিক স্কেল লইয়া যেমন একটা নির্দিষ্ট রেখার ১.০৫ পরিমিত দৈর্ঘ্য পাওয়া গিয়াছে, সেই প্রক্রিয়ানুসারে দ্বাদশী স্কেল লইলে, ১ ফুট,  $\frac{৯}{১১}$  ইঞ্চি পরিমিত দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে ।

•

### ১ম—উদাহরণমালা ।

১। দুইটা উচ্চ স্থান আছে, একের উচ্চতা ১৯৬০ ফুট,, এবং অপরের উচ্চতা ৩৫১০ ফুট, স্কেল অনুসারে উভয়ের উচ্চতা প্রকাশক দুইটা ঋজুরেখা টান । এবং জ্যামিতির নিয়মানুসারে প্রত্যেককে দুই সমান ভাগে বিভক্ত কর ।

২। একটা ঠিক সোজা রাস্তার ধারে ক, খ, গ, ঘ এই চারিটা বাটা সারি সারি পরস্পর লাগাও আছে, ক হইতে খ পর্য্যন্ত ২০৪ গজ, খ হইতে ঘ পর্য্যন্ত ৩৬৫ গজ, এবং গ বাটা ক ও ঘ বাটার ঠিক মধ্যস্থলে অবস্থিত । এই কয়েকটা বাটার দূরত্বপ্রকাশক একটা ঋজুরেখা টান । এবং জ্যামিতির ভাষায় খ কোন্ স্থানে অবস্থিত তাহা নির্দেশ কর ।

৩। কখ নাম দিয়া একটা ঋজুরেখা এরূপ করিয়া টান, যে উহা যেন ৪৩৩ গজের প্রতিক্রম হইতে পারে । ক বিন্দু হইতে ৫০৭ ফুট অন্তরে গ নাম দিয়া একটা বিন্দু গ্রহণ কর । এবং গ বিন্দু হইতে ১২৫ গজ লম্বা একটা লম্ব উত্তোলন কর ।

৪। এরূপ একটা সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যাহার কোণাশ্রিত ভুজদ্বয় যথাক্রমে ২৬৭. ও ২৭০ ফুট ।

৫। একটি সমকোণী ত্রিভুজের পরস্পর লম্ব ভুজদ্বয় যথাক্রমে ৯৬০ ও ১২৮০ লিঙ্গ পরিমাণ ; ত্রিভুজটি অঙ্কিত কর, এবং শূন্যকোণ হইতে উহার অভিমুখীন ভুজের উপর একটি লম্বপাত কর ।

৬। কখগ নাম দিয়া ১৩৫ অংশ পরিমাণ একটি স্থূলকোণ কর, কখ ভুজ = ২৫২, এবং খগ = ২০০ আছে ।

৭। ১২০০ লিঙ্গ দীর্ঘ, ও ৫৬৫ লিঙ্গ বিস্তৃত একটি আয়তাকার ক্ষেত্র অঙ্কিত কর ।

৮। ২৬ ফুট, ৬ ইঞ্চি লম্বা, এবং ১৬ ফুট, ৮ ইঞ্চি চওড়া একটি আয়তাকার গৃহের প্রতিক্রম অঙ্কিত কর ।

৯। একটি নির্দিষ্ট ঋজুরেখার উপর একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত কর, উহার কর্ণরেখাদ্বয় টান, এবং উহাদের ছেদবিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ও বর্গক্ষেত্রের কোণিক বিন্দু পর্য্যন্ত দূরত্ব লইয়া এমন একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর, যে উহার পরিধি বর্গক্ষেত্রের কোণিক বিন্দুচতুষ্টয়ের মধ্য দিয়া যাইবে ।

১০। এরূপ একটি ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যে উহার ভুজদ্বয় যথাক্রমে ১৭,২২, ও ৪৫ হইবে ।

১১। এরূপ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যে উহার ভূমি ২১৫৬, ও ভুজদ্বয় প্রত্যেকে ৪২৭৯ হইবে ।

১২। একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যাহার পরস্পর লম্ব ভুজদ্বয় প্রত্যেকে ২০৯০ ফুট দীর্ঘ ।

১৩। কোন নির্দিষ্ট ঋজুরেখার উপর একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, এবং ইহার কোণিক বিন্দুত্রয় হইতে অভিমুখীন ভুজদ্বয়ের সহিত সমান্তর ঋজুরেখা এরূপে টান, যে সমবাহু ত্রিভুজটি আর একটি ত্রিভুজের অন্তর্গত হইবে ।

১৪। কোন নির্দিষ্ট ঋজুরেখাকে ৬, ৭, ৮, ৯ ও ১০ সমান ভাগে বিভক্ত কর।

১৫। দেড় ইঞ্চি লম্বা একটা ঋজুরেখাকে ৭ সমান ভাগে বিভক্ত কর।

১৬। কোন প্রতিক্রিয়াতে  $৩\frac{১}{২}$  ইঞ্চির পরিবর্তে ২ ইঞ্চি লম্বা একটা ঋজুরেখা ব্যবহৃত হইয়াছে। ঋজুরেখাটিকে এরূপে ভাগ কর যে উহা দ্বারা ইঞ্চি ও  $\frac{১}{২}$  ইঞ্চির যে কোন ভগ্নাংশই প্রকাশিত হইতে পারে।

১৭।  $২\frac{১}{২}$  ইঞ্চি লম্বা, ও  $১\frac{১}{২}$  ইঞ্চি চওড়া একটা সমকোণী সমান্তরিক অঙ্কিত কর।

১৮। কক্ষ ও গম্বু দুইটা ঋজুরেখা আছে, গম্বু রেখা চ বিন্দুতে দুই ভাগে বিভক্ত আছে, কক্ষ হইতে এমন একটা অংশ কাটিয়া লও, যে চম্ব অংশের সহিত সমগ্র গম্বু রেখার যে সম্বন্ধ, সমগ্র কক্ষ রেখার সহিত উহার সেই অংশের সেই অনুপাত হইবে।

১৯। একটা ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যাহার ভূজত্রয় যথাক্রমে  $১\frac{১}{২}$  ইঞ্চি, ১ ইঞ্চি, ও  $১\frac{১}{২}$  ইঞ্চি লম্বা হইবে।

(দীর্ঘতম পরিমাণের রেখাটা টানিয়া, উহার উভয় প্রান্ত হইতে একে একে অপর দুইটা ভূজের পরিমাণকে দূরত্ব লইয়া দুইটা ধনু অঙ্কিত করিলে ধনুদ্বয় যে বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিবে, সেই ছেদবিন্দু হইতে, তৃতীয় ভূজের উভয় প্রান্তে দুই রেখা টানিলে অভীষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কিত হইবে।)

২০। কোন সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা নির্দিষ্ট আছে, ত্রিভুজটা অঙ্কিত কর।

২১। পাঠার্থীর নিকট করণী যন্ত্র থাকা অত্যাৱশ্যক? সেই



গুলির নাম ও লক্ষণ নির্দেশ কর। • স্কেল কাহাকে কহে ? স্কেলের প্রয়োজন কি ? স্কেল কি প্রকারে ব্যবহার করিতে হয় ? স্কেল কয় প্রকার ? ইক্ষিমাপের সোজা ও টেরচা স্কেল কর।

২২। প্রোট্রাক্টর কাহাকে করে ? ইহা দ্বারা কি উপকার হয় ? প্রোট্রাক্টর কিরূপে প্রস্তুত করিতে হয় ? উহা দ্বারা ৪৫ অংশ, ৩০ অংশ ৫ কলা, ও ১২০ অংশ কোণগুলি প্রণয়ন কর।

২৩। একটি বৃত্তকে ইচ্ছামত কয়েকটি এক-ক্ষেত্রফল সমান অংশে বিভক্ত কর।

২৪। একটি নির্দিষ্ট বৃত্তকে কয়েকটি নির্দিষ্ট সংখ্যক সমান-ক্ষেত্রফল এককেন্দ্র বৃত্তে বিভক্ত কর।

## দ্বিতীয় অধ্যায় ।

প্রথম পরিচ্ছেদ ।

সমকোণী ও অন্যান্য ত্রিভুজের ভূজত্রয় ও উচ্চায়ের  
পরস্পর সম্বন্ধ ।

ক্ষেত্র ব্যবহার বা পরিমিতি তিন ভাগে বিভক্ত ; যথা রৈখিক পরিমাণ, বর্গপরিমাণ বা ক্ষেত্রফল ও ঘনপরিমাণ। কোন জ্যামিতিক ক্ষেত্র বা অন্য কোন পদার্থের পরিমাণ স্থির করিতে হইলে প্রথমে উহার তিন, চারি, পাঁচ বা তত্কাধিক কিনারার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মাপ লইতে হয়, অথবা ঘন পদার্থ হইলে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও খাড়াই তিনটি স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র মাপ লইতে হয়। এই সকল স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র মাপ লইয়া উহাদের উপর কতকগুলি

প্রক্রিয়া সাধন করিলে ক্ষেত্রফল বা ঘনফল পাওয়া গিয়া থাকে ।  
দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চায় প্রভৃতি স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র মাপ চেন লগী প্রভৃতি  
দ্বারা মাপিয়াই নির্ণয় করিতে হয় । কিন্তু কোন নির্দিষ্ট ক্ষেত্রাদির  
দৈর্ঘ্য, প্রস্থ প্রভৃতি সমুদয় মাপগুলি স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র লইবার প্রয়ো-  
জন নাই, কারণ উহাদের মধ্যে দুই একটি জানিতে পারিলেই  
উহাদের পরস্পর সম্বন্ধ অনুসারে অন্যগুলি স্বতই বাহির হইয়া  
থাকে । জ্যামিতিক ক্ষেত্রাদির ভূজসমূহের ও ব্যাস এবং  
পরিধি প্রভৃতির পরস্পর সম্বন্ধ জ্যামিতিদ্বারা নির্ণীত হইয়া  
থাকে । সেই সকল সম্বন্ধের উপর নির্ভর করিয়া উহাদের  
মধ্যে দুই বা ততোধিক পরিমাণ জানা থাকিলে অবশিষ্টগুলি  
কি প্রকারে জানিতে পারা যায়, তাহা নির্ধারণ করাই এই  
অধ্যায়ের উদ্দেশ্য । পর পর অধ্যায়ে ক্ষেত্রফল ও ঘনফল প্রভৃতি  
নিষ্কাশন করিবার বিষয় লিখিত হইবে ।

যে কোন সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি ভূজের মধ্যে যেটী  
সমকোণের অভিমুখীন সেইটাকে উক্ত ত্রিভুজের কর্ণ কহে ।  
কর্ণেরখা ভূজত্রয়ের মধ্যে বৃহত্তম । আর অবশিষ্ট দুইটী ভূজের  
মধ্যে একটাকে ভূমি বা ভূজ, ও অপরটাকে কোট কহে । সম-  
কোণী ত্রিভুজের কোণাশ্রিত ভূজদ্বয় পরস্পর লম্ব বলিয়া যেটাকে  
ইচ্ছা ভূমি বা কোট বলিয়া নির্দেশ করা যাইতে পারে ।  
কোণাশ্রিত ভূজদ্বয়ের মধ্যে একটাকে কোট বলিলে অবশিষ্ট-  
টাকে ভূমি বলিতে হয় । ফলতঃ সমকোণী ত্রিভুজের যে ভূজটী,  
যে ভূজটাকে ভূমি ধরা হইয়াছে তাহার লম্বস্বরূপ তাহারই নাম  
কোট ।

সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি ভূজের মধ্যে দুইটির পরিমাণ  
জানা থাকিলে অপরটির পরিমাণ অনায়াসেই জানিতে পারা

যায় । যে কয়েকটি নিয়ম অনুসারে সমকোণী ত্রিভুজের ভূজ-  
ত্রয়ের মধ্যে কোন দুইটি জানা থাকিলে, অবশিষ্টটি জানিতে  
পারা যায়, ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ৪৭শ প্রতিজ্ঞাটাই তৎ-  
সমুদয়ের মূলস্বরূপ । পাঠার্থীদিগকে স্বরণ করাইবার নিমিত্ত  
এই পুস্তকের উপক্রমণিকাভাগের দ্বিতীয় পরিচ্ছেদের ষোড়শ  
প্রতিজ্ঞাস্বরূপে উল্লিখিত প্রতিজ্ঞাটির সাধারণ সূত্রের পুনরুল্লেখ  
করা গিয়াছে ।

ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ৪৭ প্রতিজ্ঞার তাৎপর্য্য এই :—  
সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের অভিমুখীন ভূজের অর্থাৎ  
কর্ণরেখার উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র, অবশিষ্ট ভূজদ্বয়ের উপর  
অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সহিত সমান । কোন রাশিকে  
উহা দ্বারা একবার গুণ করিলে যে গুণফল হয়, তাহাকে উক্ত  
রাশির বর্গ কহে । যথা  $৩ \times ৩ = ৯$  ; এই স্থলে ৯ এই রাশি ৩ এই  
রাশির বর্গ । সুতরাং ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ প্রভৃতির যে কোন ভূজের  
অথবা অন্য কোন রেখার বর্গ বলিতে সেই ভূজকে সেই ভূজ-  
দ্বারা বা সেই রেখাদ্বারা একবার গুণ করিলে যে গুণফল হয়,  
তাহাই বুঝিতে হইবে । উপস্থিত ক্ষেত্রে কর্ণরেখার বর্গক্ষেত্র,  
কোণাশ্রিত ভূজদ্বয়ের বর্গ-ক্ষেত্রসমষ্টির সহিত সমান বলিতে  
ইহাই বুঝিতে হইবে যে, কর্ণরেখাকে উহার নিজের দ্বারা গুণ  
করিলে যে গুণফল হইবে, তাহা অবশিষ্ট ভূজদ্বয়ের প্রত্যেকটাকে  
উহার নিজের দ্বারা গুণ করিলে, যে গুণফল হয়, সেই উভয়ের  
সমষ্টির সহিত সমান, অর্থাৎ কর্ণ যে রাশির প্রতিক্রপ সেই রাশির  
বর্গ, অবশিষ্ট ভূজদ্বয় যে যে রাশির প্রতিক্রপ তদ্ব্যয়ের  
বর্গ-সমষ্টির সহিত সমান । এই প্রতিজ্ঞাটী সংক্ষেপে প্রকাশ  
করিতে হইলে এইরূপ করিতে হয় । মনে কর কক্ষণ একটি

সমকোণী ত্রিভুজ। কথ ইহার কর্ণ, খগ ভূমি, এবং কগ ইহার কোটি। প্রতিজ্ঞা অনুসারে,  
 $\text{কথ}^2 = \text{খগ}^2 + \text{কগ}^2$  অর্থাৎ  $(\text{কর্ণ})^2$   
 $= (\text{ভূমি})^2 + (\text{কোটি})^2$ ।



সমকোণী ত্রিভুজের ভূজত্রয়ের মধ্যে কোন দুইটা নির্দিষ্ট থাকিলে অবশিষ্টটা কি প্রকারে নির্ণয় করিতে পারা যায়, এক্ষণে উল্লিখিত প্রতিজ্ঞা টীর সাহায্যে সেই কয়টা নিয়ম লিপিবদ্ধ করা যাইতেছে। প্রতিজ্ঞাটি হইতে নিম্নলিখিত কয়েকটা সূত্র (অনুমান) উৎপন্ন হইতেছে। প্রতিজ্ঞাটি যথা :—

$$(\text{কর্ণ})^2 = (\text{ভূমি})^2 + (\text{কোটি})^2 \dots\dots\dots (১)$$

$$\text{অতএব অনুমান যথা :—} (\text{ভূমি})^2 = (\text{কর্ণ})^2 - (\text{কোটি})^2 \dots\dots\dots (২)$$

$$(\text{কোটি})^2 = (\text{কর্ণ})^2 - (\text{ভূমি})^2 \dots\dots\dots (৩)$$

$$\text{অতএব কর্ণ} = \sqrt{\text{ভূমি}^2 + \text{কোটি}^2} \dots\dots\dots (১)$$

$$\text{ভূমি} = \sqrt{\text{কর্ণ}^2 - \text{কোটি}^2} \dots\dots\dots (২)$$

$$\text{কোটি} = \sqrt{\text{কর্ণ}^2 - \text{ভূমি}^2} \dots\dots\dots (৩)$$

এক্ষণে সমকোণী ত্রিভুজের ভূজত্রয়ের মধ্যে কোন দুইটার পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে যে যে নিয়ম অনুসারে অবশিষ্টটির পরিমাণ নির্ণয় করিতে পারা যায়, তাহা নিম্নে লিখিত হইতেছে।

১ সম্পাদ্য। সূত্র—১ম। যদি কোন সমকোণী ত্রিভুজের ভূজদ্বয়, অর্থাৎ ভূমি ও কোটি এই উভয়ের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকে, এবং কর্ণের পরিমাণ নির্ণয় করা আবশ্যিক হয়, তাহা হইলে, নির্দিষ্ট ভূজদ্বয়ের প্রত্যেকের বর্গ পদসম্পন্ন যোগ করিয়া,

বর্গ সমষ্টির বর্গমূল নিষ্কাশন কর। সেই বর্গমূলই নির্ণেয় কর্ণ-  
রেখার পরিমাণ হইবে।

যদি নির্দিষ্ট পরিমাণদ্বয়ের মধ্যে একটা একজাতীয় রাশি,  
ও অন্যটা ভিন্নজাতীয় রাশি হয়, তাহা হইলে প্রথমে উহাদিগকে  
একজাতীয় রাশিতে পরিণত করিয়া লইতে হয়, পরে উহাদের  
উপর সূত্র নির্দিষ্ট প্রক্রিয়া করা যাইতে পারে। যদি একটা  
ভূজের পরিমাণ ফুট থাকে, এবং অপরটীর পরিমাণ ইঞ্চি থাকে  
তবে উভয়কেই হয় ফুটে, নয় ইঞ্চিতে পরিণত করিতে হয়।  
নতুবা ভিন্ন ভিন্ন জাতীয় রাশি লইয়া প্রক্রিয়া সাধন করিলে  
কখনই অভ্রান্ত সিদ্ধান্ত হইতে পারে না। সমকোণী ত্রিভুজের  
বিষয়ে যাহা বলা গেল, চতুর্ভুজ, বৃত্তক্ষেত্র প্রভৃতি যাবতীয়  
জ্যামিতিক পদার্থের বিষয়েও উহার উপযোগিতা বুঝিতে হইবে।  
অর্থাৎ যে কোন স্থলেই হউক কোন ছই বা ততোধিক রাশি  
লইয়া কোন সূত্রানুসারে কোন ফল স্থির করিতে হইলে সর্বাগ্রে  
উহাদিগকে একজাতীয় রাশিতে পরিণত করিতে হয়।

যদি কোন স্থলে ইষ্ট বর্গমূল নিঃশেষরূপে নিষ্কাশিত না হইয়া  
শেষ থাকে, তাহা হইলে আবশ্যকমত কয়েকটা দশমিক স্থান  
পর্যন্ত প্রক্রিয়া করিতে হয়।

উদাহরণ।

১। একটা সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি পরিমাণ ৩ ফুট, ও  
কেটিপরিমাণ ৪ ফুট; উহার কর্ণ পরিমাণ কত হইবে?

সূত্রানুসারে, কর্ণ =  $\sqrt{(৩)^২ + (৪)^২}$  :

$(৩)^২ = ৯$ ;  $(৪)^২ = ১৬$ ; অতএব ভূজদ্বয়ের বর্গসমষ্টি =  $(৯ + ১৬)$

= ২৫;  $\sqrt{২৫} = ৫$ ; অতএব কর্ণ পরিমাণ ৫ ফুট হইল।

২। একটি ভূজ ৮ ফুট, অন্য একটি ৬ ফুট, কর্ণরেখার পরিমাণ কত ?

মনে কর ত্রিভুজের কক্ষ ভূমি = ৬ ফুট ; এবং ঋগ কোটি = ৮ ফুট। সূত্রানুসারে  $(৬)^২ = ৩৬$  ;  $(৮)^২ = ৬৪$  ; বর্গদ্বয়ের সমষ্টি  $= (৩৬ + ৬৪) = ১০০$   $\sqrt{(১০০)} = ১০$  ; অতএব নিরূপণীয় কর্ণরেখার পরিমাণ = ১০ ফুট।

৩। একটি ভূজ ৮ ফুট, অপর একটি ১৫ ফুট ; সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণরেখার পরিমাণ কত ?

সূত্রানুসারে  $(৮)^২ = ৬৪$  ;  $(১৫)^২ = ২২৫$  ;  $(৬৪ + ২২৫) = ২৮৯$  ;  $\sqrt{২৮৯} = ১৭$ , অতএব কর্ণের পরিমাণ ১৭ ফুট।

৪। কোন সমকোণী ত্রিভুজের একটি ভূজ ২ ফুট, অপর একটি ভূজ ১০ ইঞ্চি, কর্ণের পরিমাণ কত ?

এ স্থলে প্রথম ভূজটি ফুট, ও দ্বিতীয়টি ইঞ্চি আছে, অতএব উভয়কে একজাতীয় রাশি করিবার জন্য ফুটকে ইঞ্চি করা গেল। ২ ফুট = ২৪ ইঞ্চি।

এক্ষণে সূত্রানুসারে  $(২৪)^২ = ৫৭৬$  ;  $(১০)^২ = ১০০$  ; অতএব  $(৫৭৬ + ১০০) = ৬৭৬$  ;  $\sqrt{৬৭৬} = ২৬$  ; সুতরাং কর্ণরেখার পরিমাণ ২৬ ইঞ্চি।

৫। একটি ভূজ ৩ ফুট, ৪ ইঞ্চি, এবং অপরটি ২ ফুট, ৮ ইঞ্চি ; কর্ণপরিমাণ কত ?

৩ ফুট, ৪ ইঞ্চি = ৪০ ইঞ্চি ; ২ ফুট, ৮ ইঞ্চি = ৩২ ইঞ্চি।

৪০	৩২	১৬০০
৪০	৩২	১০২৪
<hr/>		<hr/>
১৬০০	১০২৪	২৬২৪

$$\begin{array}{r}
 ২৬২৪,০০০০ (৫১.২২ \\
 ২৫ \\
 \hline
 ১০১ ) ১২৪ \\
 ১০১ \\
 \hline
 ১০২২ ) ২৩,০০ \\
 ২০৪৪ \\
 \hline
 ১০২৪২ ) ২৫৬০০ \\
 ২০৪৮৪ \\
 \hline
 ৫১১৬
 \end{array}$$

যদি এই প্রকার প্রক্রিয়া দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত রাখিয়া দেওয়া যায়, তাহা হইলে কর্ণরেখাটি প্রায় ৫১.২২ ইঞ্চি হইবে ।

৬। কোন সমকোণী ত্রিভুজের পরস্পর লম্ব ভূজদ্বয় যথাক্রমে ২৭, ও ৩৬ ফুট, কর্ণরেখার পরিমাণ কত ?

$২৭^২ + ৩৬^২ = ৭২৯ + ১২৯৬ = ২০২৫ = \text{কর্ণবর্গ}$  । অতএব  
কর্ণ =  $\sqrt{২০২৫} = ৪৫$

৭। একটি ভূজ ২.৪ ফুট, এবং অপর ভূজ ১.২ গজ, কর্ণ-পরিমাণ কত ?

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 ২.৪ \\
 ২৪০ \\
 \hline
 ৯৬ \\
 ৪৮ \\
 \hline
 ৫.৭৬
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 ১.২ \text{ গজ} = ৩.৬ \text{ ফুট} \\
 ৩.৬ \\
 ৩৬ \\
 \hline
 ২১৬ \\
 ১০৮ \\
 \hline
 ১২.৯৬
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 ১২.৯৬ \\
 ৫.৭৬ \\
 \hline
 ১৮.৭২ \\
 ৮৩ ) ২৭২ \\
 ৬৪২ \\
 \hline
 ৮৬২ ) ২৩০০ \\
 ১৭২৪ \\
 \hline
 ৫৭৬
 \end{array}
 \end{array}$$

অতএব হুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ধরিলে কর্ণরেখা ৪.৩২ফুট ।

ভূজদ্বয়ের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে উল্লিখিত নিয়ম ব্যতীত আর একপ্রকারেও কর্ণপরিমাণ নির্ণয় করিতে পারা যায় ।  
 সূত্র :—নির্দিষ্ট রাশিদ্বয়কে পরস্পর গুণ কর, পরে গুণফলকে দ্বিগুণ অর্থাৎ দ্বিগুণ কর ; দ্বিগুণ গুণফলে রাশিদ্বয়ের অন্তরবর্গ যোগ কর, করিয়া সমষ্টির বর্গমূল নিষ্কাশন কর, করিলে এই বর্গমূল অনির্দিষ্ট রাশির পরিমাণ হইবে । [ ভাস্করাচার্য্য প্রণীত লীলাবতী ]

উদাহরণ ১ । মনে কর কোটি ৪, ভূজ ৩, কর্ণপরিমাণ কত?

সূত্রানুসারে,  $৪ \times ৩ = ১২$ ;  $১২ \times ২ = ২৪$  ;

$৪ - ৩ = ১$ ;  $১^২ = ১$ ;  $২৪ + ১ = ২৫$ ,  $\sqrt{২৫} = ৫$

অতএব কর্ণপরিমাণ = ৫ ।

২ সম্পাদ্য । সূত্র । দ্বিতীয়তঃ । যদি কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ, এবং ভূমি ও কোটি এই উভয়ের মধ্যে একটা নির্দিষ্ট থাকে, এবং তৃতীয় ভূজটির পরিমাণ নির্ণয় করিবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে, কর্ণরেখার বর্গ হইতে নির্দিষ্ট ভূজটির বর্গ অন্তর কর, এবং ঐ অন্তরের বর্গমূল নিষ্কাশন কর, করিলে যাহা হইবে, তাহাই অবিজ্ঞাত ভূজের পরিমাণ হইবে, কারণ পূর্বে কথিত হইয়াছে যে, ভূমি =

$\sqrt{\text{কর্ণ}^২ - \text{কোটি}^২}$ ; এবং কোটি =  $\sqrt{\text{কর্ণ}^২ - \text{ভূমি}^২}$ ; অতএব কর্ণ ও ভূমি নির্দিষ্ট থাকিলে কর্ণের বর্গ হইতে ভূমির বর্গ বিয়োগ করিয়া, অন্তরের বর্গমূল বাহির করিলে কোটি পাওয়া যাইবে । এবং কর্ণ ও কোটি নির্দিষ্ট থাকিলে কর্ণের বর্গ হইতে কোটির বর্গ অন্তর করিয়া অন্তরের বর্গমূল বাহির করিলে ভূমি পাওয়া যাইবে ।



অথবা, কর্ণ ও অন্য নির্দিষ্ট ভূজ, এই উভয় পরস্পর যোগ কর, এবং উহাদের মধ্যে বৃহত্তর অর্থাৎ কর্ণ হইতে ক্ষুদ্রতরটী বিয়োগ কর, এবং উভয়ের সমষ্টি, ও অন্তরকে পরস্পর গুণ করিয়া, গুণফলের বর্গমূল বাহির কর, করিলে যাহা হইবে তাহাই অজ্ঞাত ভূজটির পরিমাণ ।

কিঞ্চিৎ অনুধাবন করিলে স্পষ্টই প্রতীতমান হইবে যে, উল্লিখিত প্রক্রিয়া ও এই প্রক্রিয়াটী এক ও অভিন্ন, কারণ উল্লিখিত প্রক্রিয়াতে কর্ণের বর্গ, ও নির্দিষ্ট ভূজটির বর্গ, এই উভয়ের অন্তরের বর্গমূল নিষ্কাশন করিবার কথা, কিন্তু এই নিম্নম অনুসারেও প্রথমতঃ কর্ণ ও নির্দিষ্ট ভূজ এই উভয়ের বর্গের অন্তর বাহির করা হইতেছে, এবং পরে পূর্ব নিম্নের ন্যায় এখানেও অন্তরের বর্গমূল বাহির করিতে হইতেছে, কিন্তু উভয়ের মধ্যে প্রভেদ এই যে প্রথমে উভয় রাশির স্বতন্ত্রভাবে বর্গ বাহির করিয়া পরে একটী হইতে অন্তরটির অন্তর করিতে হয়, কিন্তু এস্থলে উভয় রাশির সমষ্টি ও অন্তরকে পরস্পর গুণ করিলে অতি সহজেই উহাদের উভয়ের বর্গের অন্তর বাহির হইয়া থাকে । এই অনুকল্প নিম্নমটী সূচাক্রমে বুদ্ধিতে হইলে নিম্নলিখিত সূত্রটী বুদ্ধিয়া রাখা উচিত, যথা :—যদি কর্ণেরখা “ক” এই অক্ষর দ্বারা প্রকাশিত হয়, এবং নির্দিষ্ট অপর ভূজটী খ এই অক্ষর দ্বারা প্রকাশিত হয় তাহা হইলে

$$[ ক+খ ] [ ক-খ ] = ক^২ - খ^২ ।'$$

$$\begin{array}{r} ক+খ \\ ক-খ \\ \hline ক^২+কখ \\ -কখ-খ^২ \\ \hline ক^২-খ^২ \end{array}$$

উভয়ত্রই এই রাশিটির বর্গমূল বাহির করিতে হইতেছে ।  
অতএব উভয়ত্রই এক প্রক্রিয়া ।

উদাহরণ ।

১। কর্ণ ৫ ফুট, এবং একটা ভূজ, মনে কর ভূমি ৩ ফুট  
কোটির পরিমাণ কত হইবে ?

$$৫^২ = ২৫ ; ৩^২ = ৯ ; ২৫ - ৩^২ = ২৫ - ৯ = ১৬, = \text{কোটিবর্গ} ।$$

অতএব  $\sqrt{১৬} = ৪$  ; অতএব কর্ণ ৫ ফুট, ও ভূমি ৩ ফুট পরি-  
মিত হইলে কোটির পরিমাণ ৪ ফুট হইবে ।

অনুকল্প নিয়মামুসারে:—কর্ণ+ভূমি=৫+৩=৮ ফুট ,

কর্ণ ভূমি=৫-৩=২ ফুট ;

$$৮ \times ২ = ১৬ \text{ ফুট} ; \sqrt{১৬} = ৪, \text{ অতএব কোটিপরিমাণ } ৪ \text{ ফুট} ।$$

২। কর্ণপরিমাণ ৫ ফুট, কোটিপরিমাণ ৪ ফুট ; ভূমি-  
পরিমাণ কত হইবে ?

$$৫^২ = ২৫ ; ৪^২ = ১৬ ; ২৫ - ১৬ = ৯ ; \sqrt{৯} = ৩ \text{ অতএব}$$

ভূমিপরিমাণ ৩ ফুট ।

$$\text{দ্বিতীয় প্রকারামুসারে:—} ৫+৪=৯ ; ৫-৪=১ ; ৯ \times ১ = ৯ ;$$

$$\sqrt{৯} = ৩ \text{ অতএব ভূমিপরিমাণ } ৩ \text{ ফুট} ।$$

৩। কর্ণপরিমাণ ১৭৭ ফুট ; ভূমি ও কোটি উভয়ের মধ্যে  
একটির পরিমাণ ১৪১ ফুট ; অবশিষ্ট ভূজের পরিমাণ কত ?

$$১৭৭^২ - ১৪১^২ = ৩১৩২৯ - ১৯৮৮১ = ১১৪৪৮ \text{ এইটি অবশিষ্ট}$$

ভূজের বর্গ । অতএব অবশিষ্ট ভূজ =  $\sqrt{১১৪৪৮} = ১০৬.৯৯৫$  অর্থাৎ  
প্রায় ১০৭ । অতএব অবশিষ্ট ভূজের পরিমাণ প্রায় ১০৭ ফুট ।

$$\text{দ্বিতীয় প্রকারামুসারে, } (১৭৭ + ১৪১) \times (১৭৭ - ১৪১)$$

$$= ৩১৮ \times ৩৬ ; \sqrt{৩১৮ \times ৩৬} = ১৭.৮৩২৫ \times ৬ = \text{প্রায় } ১০৭ ।$$

যেস্থলে সমকোণী ত্রিভুজের ভূজদ্বয়ের কোন অবিধামত

গুণনীয়ক দেখিতে পাওয়া যায়, তথায় ভূজের পরিমাণ না লইয়া উক্ত গুণনীয়কখটিত অনুপাত সকল গ্রহণপূর্বক উপরি উক্ত প্রক্রিয়া করিলে অতি সহজেই প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যাইতে পারে। মনে কর একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ২৭ ফুট ; এবং কোটি ৩৬ ফুট ; কর্ণপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে। এস্থলে  $২৭, ৩৬$  এই উভয়ের সাধারণ গুণনীয়ক ৯ ;  $২৭ \div ৯ = ৩$  ;  $৩৬ \div ৯ = ৪$ , অতএব ভূজদ্বয়ের পরিকর্ত্ত ৩, ও ৪ গ্রহণ করিয়া  $৩^২ + ৪^২ = ৯ + ১৬ = ২৫$  ;  $\sqrt{২৫} = ৫$  ; অতএব ৫ নির্ণেয় কর্ণ-পরিমাণের ৯ ভাগের ১ ভাগ ; অতএব কর্ণপরিমাণ  $= ৫ \times ৯ = ৪৫$  ।

৪। কর্ণপরিমাণ ১ ফুট ৯ ইঞ্চি, এবং অবশিষ্ট ভূজদ্বয়ের মধ্যে একটীর পরিমাণ ১৪ ইঞ্চি, তৃতীয় ভূজের পরিমাণ কত ?

১ ফুট ৯ ইঞ্চি = ২১ ইঞ্চি ;	২৪৫.০০০০ (১৫.৬৪
$২১ + ১৪ = ৩৫,$	১
$১২ - ১৪ = ৭$	—
$৩৫ \times ৭ = ২৪৫।$	২৫ ) ১৪৫
অথবা $(২১)^২ = ৪৪১,$	১২৫
$(১৪)^২ = ১৯৬,$	—
অতএব $৪৪১ - ১৯৬ = ২৪৫।$	৩০৬ ) ২০০০
	১৮৩৬
	—
	৩১২৫ ) ১৬৪০০
	১৫৬২৫
	—
	৭৭৫

অতএব দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত গণনা করিয়া অজ্ঞাত ভূজের পরিমাণ ১৫.৬৫ ইঞ্চি হইল।

৩ সম্পাদ্য সূত্র।—ভূমি অথবা কোটি, এবং অবশিষ্ট ভূজদ্বয়

অর্থাৎ কোটি ও কর্ণ, বা ভূমি ও কর্ণ, ইহাদের সমষ্টি অথবা অন্তর নির্দিষ্ট থাকিলে, নিম্নলিখিত নিয়মানুসারে উহাদিগকে পৃথক পৃথক নির্ণয় করিতে পারা যায়।

(১) ভূমি ও কোটি এই উভয়ের মধ্যে একতর ও অবশিষ্ট ভূজ্বয়ের সমষ্টি নির্দিষ্ট থাকিলে, নির্দিষ্ট ভূমি বা কোটির বর্গ করিয়া ঐ বর্গকে অবশিষ্ট ভূজ্বয়ের সমষ্টি দ্বারা ভাগ কর, করিলে ভাগফল ভূমি বা কোটি ও কর্ণ, ইহাদের পরস্পর অন্তরস্বরূপ হইবে, আর উহাদের সমষ্টি নির্দিষ্ট আছে, সুতরাং সমষ্টি ও অন্তর পরস্পর যোগ করিলে যোগফল বৃহত্তম ভূজের অর্থাৎ কর্ণের দ্বিগুণ হইবে। ইহাকে ২ দিয়া ভাগ করিলে কর্ণ পাওয়া যাইবে, পরে সমষ্টি হইতে কর্ণ বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট ভূমি বা কোটির পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

(২) ভূমি ও কোটি এই উভয়ের মধ্যে অন্যতর এবং অবশিষ্ট ভূজ্বয়ের অন্তর নির্দিষ্ট থাকিলে, ভূমি বা কোটির বর্গকে নির্দিষ্ট অন্তরের দ্বারা ভাগ করিলে অনির্দিষ্ট ভূজ্বয়ের সমষ্টি পাওয়া যাইবে, পরে উল্লিখিত প্রক্রিয়া করিলেই উহাদের পৃথক পৃথক পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

এইরূপ নিয়ম করিবার যুক্তি কি, তাহা কিঞ্চিৎ অমুখাবন করিলে অনায়াসেই প্রতীয়মান হইবে। ইউক্লিডের ৪৭ প্রতিক্রিয়ায় কথিত হইয়াছে যে, সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণের বর্গ ভূজ্বয়ের বর্গসমষ্টির সহিত সমান। মনে কর কগ কর্ণ, এবং কখ, ও খগ ভূজ্বক। এস্থলে  $কগ^2 = কখ^2 + খগ^2$ , ∴  $কখ^2 = কগ^2 - খগ^2$ ; এবং  $খগ^2 = কগ^2 - কখ^2$ । কিন্তু  $কগ^2 - খগ^2 = (কগ + খগ) \times (কগ - খগ)$ ; এবং  $কখ^2 - কখ^2 = (কগ + কখ) \times (কগ - কখ)$ ; অতএব  $কখ^2 =$

(কগ+খগ) (কগ-খগ) ; এবং খগ<sup>২</sup> = (কগ+কখ) (কগ-কখ) । সূত্রাং :—

$$\text{কগ+খগ} = \frac{\text{কখ}^2}{\text{কগ}-\text{খগ}};$$

$$\text{কগ}-\text{খগ} = \frac{\text{কখ}^2}{\text{কগ}+\text{খগ}};$$

এবং :—

$$\text{কগ}+\text{কখ} = \frac{\text{খগ}^2}{\text{কগ}-\text{কখ}};$$

$$\text{কগ}-\text{কখ} = \frac{\text{খগ}^2}{\text{কগ}+\text{কখ}};$$

অতএব একটা ভূজ, এবং কর্ণ ও অপর একটা ভূজের সমষ্টি বা অন্তর নির্দিষ্ট থাকিলে উপরিউক্ত প্রক্রিয়ানুসারে কর্ণ ও অপর ভূজটির পরিমাণ পৃথক পৃথক নির্ণয় করা যাইতে পারে ।

উদাহরণ ।

১। কখগ সমকোণী ত্রিভুজের খগ ভূমি = ৩ ; এবং কখ কোটি ও কগ কর্ণ এই উভয়ের সমষ্টি = ৯ ; কর্ণ ও কোটি বাহির কর ।

১ম, সূত্রানুসারে  $\text{খগ}^2 = ৩ \times ৩ = ৯ ;$   

$$\frac{\text{খগ}^2}{\text{কখ}+\text{কগ}} = \frac{৯}{৯} = ১ = \text{কগ}-\text{কখ} ।$$

অতএব  $\text{কগ}+\text{কখ} = ৯$   
 $\text{কগ}-\text{কখ} = ১$

∴ ২ কগ = ১০ ; ∴ কগ = ৫, অর্থাৎ কর্ণের পরিমাণ ৫ ;  
 সূত্রাং কোটি = ৯ - ৫ = ৪ ।

২। কোটি = ৪, এবং কর্ণ + ভূমি = ৮ ; কর্ণ ও ভূমির পরিমাণ কত ?

সূত্রানুসারে,  $৪২ = ১৬$  ;  $১৬ = ২$  ;

১. কর্ণ—ভূমি = ২ ; অতএব  $৮ + ২ = ১০ = ২$  কর্ণ ।

২. কর্ণ = ৫ ; এবং ভূমি =  $৮ - ৫ = ৩$  ।

৩। ভূমি = ৩, এবং কর্ণ ও কোটির অন্তর = ১ ; কর্ণ ও কোটির পরিমাণ কত ?

২য়, সূত্রানুসারে,  $৩২ = ৯$ ,  $৯ = ৩$  ; ১. কর্ণ+কোটি = ৯ ; কিন্তু কর্ণ—কোটি = ১ ; ২.  $৯ + ১ = ১০ = ২$  কর্ণ । ৩. কর্ণ = ৫ ।

সুতরাং কোটি =  $৯ - ৫ = ৪$  ।

৪। কোটি = ৪, এবং কর্ণ—ভূমি = ২ ; কর্ণ ও ভূমির পরিমাণ কত ?

$৪২ = ১৬$  ;  $১৬ = ৮$  ; ১. কর্ণ+কোটি = ৮ ; অতএব  $৮ + ২ = ১০ = ২$  কর্ণ ; ২. কর্ণ = ৫, ৩. ভূমি =  $৮ - ৫ = ৩$  ।

৪ সম্পাদ্য। সূত্র। যদি কর্ণের পরিমাণ, ও অবশিষ্ট ভূজ-দ্বয়ের সমষ্টি বা অন্তর নির্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে প্রথমতঃ কর্ণের বর্গ কর, এবং ভূজদ্বয়ের সমষ্টি বা অন্তরেরও বর্গ কর। পরে কর্ণবর্গকে দ্বিগুণিত করিয়া উহা হইতে ভূজদ্বয়ের সমষ্টি বা অন্তরের বর্গ-বাদ দেও, বাদ দিয়া যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহার বর্গমূল নিষ্কাশন কর। পরে ঐ বর্গমূল ও নির্দিষ্ট সমষ্টি বা অন্তর, এই উভয় রাশির পরস্পর যোগ ও বিয়োগ কর। যোগফলের অর্ধেক লইলে বৃহত্তর ভূজটির পরিমাণ পাইবে, এবং অন্তরের অর্ধেক লইলে ক্ষুদ্রতর ভূজটির পরিমাণ পাইবে।

উদাহরণ।

১। কর্ণপরিমাণ ৫ ফুট, এবং ভূমি ও কোটির সমষ্টি ৭ ফুট; ভূমি ও কোটির পরিমাণ পৃথক কর।

সূত্রানুসারে,  $৫২ = ২৫$  ;  $২৫ \times ২ = ৫০$  ;  $৭২ = ৪৯$  ;  $৫০ - ৪৯ = ১$  ;  $১ \div ১ = ১$  ;  $৭ + ১ = ৮$  ;  $৮ + ২ = ১০$  ;  $১০ - ১ = ৯$  ;  $৯ \div ৩ = ৩$  ; ১. বৃহত্তর ভূজ = ৪ ; এবং ক্ষুদ্রতর ভূজ = ৩ ।

২। কর্ণ=১৭; এবং অবশিষ্ট ভূজঘরের অন্তর=৭; ভূজ-  
ঘরের পরিমাণ পৃথক কর।

$১৭^২=২৮৯$ ;  $২৮৯ \times ২=৫৭৮$ ;  $৭^২=৪৯$ ;  $৫৭৮-৪৯=$   
 $৫২৯$ ;  $\sqrt{৫২৯}=২৩$ ;  $৭+২৩=৩০$ ;  $৩০+২=১৫$ ;  $২৩-$   
 $৭=১৬$ ;  $১৬+২=৮$ ;  $\therefore$  বৃহত্তর ভূজ=১৫, এবং ক্ষুদ্রতর ভূজ  
=৮। \*

বিবিধ উদাহরণ।†

১। একটি বর্গক্ষেত্রের অন্যতম ভূজের দৈর্ঘ্য ২১৬ ফুট;  
ক্ষেত্রটির কর্ণরেখার পরিমাণ কত?

বর্গক্ষেত্রের চারিটা ভূজ পরস্পর সমান, এবং প্রত্যেক কোণ  
সমকোণ। মনে কর কখগঘ একটি বর্গক্ষেত্র। (প্রতিকৃতি  
অঙ্কিত কর) ইহার কখ=২১৬; কগ কর্ণের পরিমাণ কত  
হইবে?

কখগ কোণ সমকোণ বলিয়া  $কগ^২=কখ^২+খগ^২$ । কিন্তু  
 $কখ=খগ$ , (পং—৩২); অতএব  $কগ^২=২ কখ^২$ । কিন্তু  
 $কখ=২১৬$ ;  $\therefore কগ^২=২১৬^২ \times ২=৯৩৩১২$ ।  $\therefore$  কর্ণ  $\parallel \sqrt{}$   
(৯৩৩১২)=৩০৫.৪৭ ফুট।

• এই সূত্রটী ভাষ্করাচার্য্যের গ্রন্থ হইতে বৃহীত হইয়াছে। এই পরিচ্ছেদে  
ত্রিভুজের বিষয়ে যে সকল কথা বলা হইয়াছে, তৎসমুদয়ই ভাষ্করের গ্রন্থে  
অতি সুন্দররূপে লিখিত আছে, -সেই সূত্রগুলি ইংরাজী সূত্রগুলি অপেক্ষা  
অনেকাংশে অধিক সরল। বাহুল্য ভয়ে সমুদয়গুলি উদ্ধৃত করিতে পারি-  
লাম না, কেবল এই সূত্রটী ইংরাজী পরিমিতি গ্রন্থে নাই বলিয়া এখানে এটি  
স্বতন্ত্র ভাবে উদ্ধৃত হইল। পূর্বের সমুদয় সূত্রগুলির ন্যায় এটিও  
অত্যাবশ্যক।

† প্রত্যেক অঙ্ক কলিবার সময় হ্রাসগণ আবশ্যিকমত প্রতিকৃতি অঙ্কিত  
করিয়া লইবে।

২। কোন সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক ভূজের পরিমাণ ১ ফুট ; ত্রিভুজটির উন্নতি ( উচ্চায় ) কত হইবে ?

মনে কর গকখ একটি সমবাহু ত্রিভুজ, এবং গঘ ইহার উন্নতি। গঘ লম্ব কখ ভূজকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিবে।

অতএব কঘ= $\frac{১}{২}$ , কারণ কখ =

১। ঘ কোণ একটি সমকোণ।

অতএব গঘ<sup>২</sup> = গক<sup>২</sup> - কঘ<sup>২</sup>

=  $১২ - (\frac{১}{২})^২$   $১ - \frac{১}{৪} = \frac{৩}{৪}$ ; ∴

গঘ =  $\sqrt{\frac{৩}{৪}}$ ; কিন্তু  $\sqrt{\frac{৩}{৪}} = \frac{১}{২} \times$

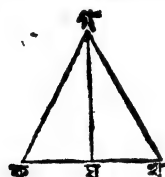
$\sqrt{৩}$ ; তিনটি দশমিক স্থান পর্যন্ত লইয়া  $\sqrt{৩} = ১.৭৩২$ , এবং  $১.৭৩২ \times \frac{১}{২} = .৮৬৬$ । অতএব .৮৬৬ আসন্ন উত্তর।

৩। একটি সমকোণী ত্রিভুজের কোটি ১৭ ফুট, এবং ভূমি, কর্ণরেখার  $\frac{১}{২}$  ভাগ ; কর্ণরেখার পরিমাণ কত ?

যেহেতু ভূমি =  $\frac{১}{২}$  কর্ণরেখা ; অতএব কর্ণরেখাকে ১০ বলিয়া নির্দেশ করিলে ভূমিকে ৭ বলিয়া নির্দেশ করা যায়, কারণ কর্ণকে ১০ ভাগ করিয়া উহার ৭ ভাগ লইয়া ভূমি হইয়াছে, আবার ভূমি যদি ৭ অংশ পরিমিত হয়, তবে কোটি ৭.১৪১৪ এইরূপ অংশ পরিমিত হইবে। অর্থাৎ  $৭.১৪১৪ = \sqrt{(১০^২ - ৭^২)}$ ; এক্ষণে যদি ৭.১৪১৪ অংশ ১৭ ফুট পরিমিত হয়, তবে সমগ্র ১০ অংশ =  $২৩.৮$  ফুট পরিমিত হইবে।

৪। একটি ত্রিভুজের ভূমি ৫৬ ফুট, উন্নতি ১৫ ফুট, এবং অবশিষ্ট ভূজদ্বয়ের মধ্যে একটি ২৫ ফুট ; অবশিষ্ট ভূজটির পরিমাণ কত ?

মনে কর গকখ ত্রিভুজের কখ ভূমি = ৫৬, গঘ উন্নতি = ১৫, আর খগ ভূজ = ২৫। [ প্রতিক্রিয়া অঙ্কিত কর ]





প্রথমত,  $২৫ + ১৫ = ৪০$  ;  $২৫ - ১৫ = ১০$  ;  $৪০ \times ১০ = ৪০০$

$\sqrt{(৪০০)} = ২০$  ;  $\therefore$  কখ = ২০  $\therefore$  কঘ =  $৫৬ - ২০ = ৩৬$  ;

$\therefore$  গক =  $\sqrt{(কঘ^2 + খগ^2)} = \sqrt{(৩৬^2 + ১৫^2)} =$

$\sqrt{(১২৯৬ + ২২৫)} = \sqrt{(১৫২১)} = ৩৯$  ।

৫। একটি প্রাচীরের গায় একখানি বাঁশের সিঁড়ি লাগান আছে ; সিঁড়ি খানি প্রাচীর অপেক্ষা দুই ফুট অধিক উচ্চ, কিন্তু সিঁড়িখানির গোড়া প্রাচীর হইলে ৮ ফুট তফাতে রাখিলে সিঁড়ির অগ্রভাগ ঠিক প্রাচীরের অগ্রভাগে ঠেকে, সিঁড়িও প্রাচীরের পরিমাণ কত ?

মনে কর কখ যেন সিঁড়িখানির প্রতিক্রম, খগ প্রাচীর, কচ যেন উভয়ের অন্তর । প্রথ

অনুসারে কগ = ৮ ; এবং কখ

— খগ, অর্থাৎ কচ = ২ ;

যদি কখ ও খগ এই উভ-

য়ের পরিমাণ জানা থাকিত,

তাহা হইলে কখ ও খগ উভ-

য়ের সমষ্টিকে উহাদের অন্তর-

দ্বারা গুণ করিলে, কগ<sup>২</sup> পাওয়া যাইত । এবং ইহার বর্গমূল বাহির করিলেই কগ পাওয়া যাইত । অর্থাৎ (কখ + খগ)  $\times$  (কখ — খগ) = কগ<sup>২</sup> হইত । কিন্তু কগ = ৮ ফুট ; এবং কখ — খগ = ২,

$$\therefore \text{কগ}^2 = (\text{কখ} + \text{খগ}) (\text{কখ} - \text{খগ}) = \frac{\text{কখ}^2 - \text{খগ}^2}{\text{কগ}}$$

$$\therefore \text{কখ} + \text{খগ} = \frac{\text{কগ}^2}{\text{কখ} - \text{খগ}} ; \text{ অর্থাৎ } \text{কখ} + \text{খগ} = \frac{৮^2}{২} = ৩২ ;$$

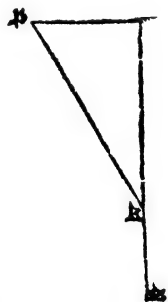
অতএব কখ + খগ = ৩২ ; এবং কখ — খগ = ২ ;  $\therefore$  (ক + খ



খগ) — (কখ — খগ) = ৩২ — ২ = ৩০ = ২ কখ ;  $\therefore$  কখ = ১৫,  
এবং খগ = ৩২ — ১৫ = ১৭ উত্তর।

৬। ৩২ হাত উচ্চ একটা বাঁশ, ভূমির উপর দণ্ডায়মান আছে, বায়ুর বেগে হঠাৎ কোন স্থান ভগ্ন হওয়াতে, উহার ভগ্ন অংশ নত হইয়া পড়িয়া বাঁশের মূল হইতে ১৬ হস্ত দূরে আসিয়া ভূমিতে সংলগ্ন হইল, মূল হইতে কত হাত উর্দ্ধে বাঁশটা ভাঙ্গিয়াছে স্থির কর। (লীলাকতী হইতে অনুবাদিত)।

মনে কর কখ = ৩২, খগ = ১৬, য যিদ্ধূতে যেন বাঁশটা ভগ্ন হইয়াছে। যগ ঋজুরেখা টান। প্রমাণসারে কখ = যক + যগ = ৩২ ; এবং খগ = ১৬ ; কিন্তু খগ<sup>২</sup> = যখ<sup>২</sup> — যক<sup>২</sup> = (যখ + যক)  $\times$  (যখ — যক) ;  $\therefore$  (যখ + যক) (যখ — যক) = যক<sup>২</sup>, কিন্তু খগ<sup>২</sup> = ১৬<sup>২</sup> = ২৫৬ ;  $\therefore$  যখ — যক =  $\frac{২৫৬}{৩২}$  = ৮, অতএব যখ + যক = ৩২, এবং যখ — যক = ৮ ;  $\therefore$  ২ যখ = ৪০,  $\therefore$  যখ = ২০ ;  $\therefore$  যক = ৩২ — ২০ = ১২, অতএব মূল হইতে ১২ হাত উর্দ্ধে বাঁশটা ভগ্ন হইয়াছে।



একটা বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৪ হাত, বৃত্তের অন্তর্গত বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ কত?

বর্গক্ষেত্রের কর্ণরেখা দুইটা টানিলে বর্গক্ষেত্রটা চারিটা সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত হইবে, বর্গক্ষেত্রের চারিটা ভূজ যথাক্রমে উক্ত চারিটা ত্রিভুজের কর্ণ ও বৃত্তের ব্যাসার্ধ অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের কর্ণার্ধ ভূজ ও কোটি হইবে, অতএব এই চারিটা আবার সম-বিষাছ ত্রিভুজ হইবে, অর্থাৎ ইহাদের প্রত্যেকের ভূজও কোটি

পরিমাপ সমান হইবে । সুতরাং যদি বৃত্তের ব্যাসার্ধ অর্থাৎ ত্রিভু-  
জগুলির কোটি বা কর্ণ ৪ হাত হয়, তাহা হইলে কর্ণ পরিমাণ =  
 $\sqrt{(৪^২ + ৪^২)} =$  প্রায় ৫.৬ । অতএব কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ  
৪ হাত হইলে তদন্তর্গত বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক ভূজ ৫.৬ হইবে ।

২য় উদাহরণমালা ।

- ১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি = ১৫, কোটি = ২০;  
কর্ণপরিমাণ কত ? উত্তর—২৫
- ২। ভূমি = ৩০, কোটি = ১৬, কর্ণপরিমাণ কত ? উত্তর—৩৪
- ৩। ভূমি = ৪ ফুট, কোটি = ৪ ফুট, ৭ ইঞ্চি ; কর্ণপরিমাণ  
কত ? উত্তর—৬ ফুট ১ ইঞ্চি ।
- ৪। কর্ণ = ৩৫, কোটি = ২৮ ; ভূমিপরিমাণ কত ? উত্তর—২১ ।
- ৫। ভূমি = ২০, কর্ণ = ৫২ ; কোটিপরিমাণ কত ? উঃ—৪৮ ।
- ৬। ভূমি = ২৩, কোটি = ২৬½ ; কর্ণপরিমাণ কত ?  
উত্তর—৩৫.০৮৯ ।
- ৭। কর্ণ = ২৯.৩২, ভূমি = ২৩.৪৫৬, কোটিপরিমাণ কত ?  
উত্তর—১৭.৫৯২ ।
- ৮। ভূমি = ৫.৭ ইঞ্চি, কোটি = ১ ফুট, ৫½ ইঞ্চি ; কর্ণপরিমাণ  
কত ? উত্তর—১ ফুট ৬½ ইঞ্চি ।
- ৯। কোটি, ৬ ভূমি প্রত্যেকে = ১৫ গজ, কর্ণরেখার পরিমাণ  
কত ? উত্তর—২১.২১৩২ ।
- ১০। কোন সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৫৬৩  
লিঙ্গ, প্রস্থ = ৩৬৯ লিঙ্গ ; কর্ণপরিমাণ কত ? উত্তর—৬৭৩.১৪৯ ।
- ১১। একটি বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ = ৭০ ফুট, উহার কর্ণ  
পরিমাণ কত ? আসন্ন উত্তর—৯৯ ।
- ১২। একটি বৃত্তক্ষেত্রের কর্ণ = ১ ; উহার ভূজপরিমাণ  
কত ? উত্তর—১.৭০৭১৭০ ।

১৩। একটি ত্রিভুজের একটি ভুজ ২২৬২০ ফুট আর একটি ভুজ ১২৮১৫ ফুট, ত্রিভুজটির উন্নতি ১১৪৮৪ ফুট ; ভূমির পরিমাণ কত ?  
উত্তর—১২৪৮৮ + ৫৬৮৭ ফুট ।

১৪। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অন্যতম ভুজ ৩৯২৫ ফুট, এবং কর্ণ ও অবশিষ্ট ভুজের অন্তর ৬২৫ ফুট, কর্ণ এবং অবশিষ্ট ভুজটির পরিমাণ কত ? উত্তর—১২,৬৩৭ ও ১২০১২ ফুট ।

১৫। ২৫ ফুট লম্বা ঐকখানি বাঁশের সিঁড়ি, একটি প্রাচীরের গায়ে ঠিক সোজা করিয়া ঠেসান আছে, সিঁড়িখানির অগ্রভাগ প্রাচীরের যে অংশে ঠেকিয়া আছে, তথা হইতে এক ফুট নীচে নামাইতে হইলে উহার গোড়াটি প্রাচীর হইতে কত চুকু সরাইয়া আনিতে হইবে ?  
উত্তর—৭ ফুট ।

১৬। একখানি সিঁড়ির আগার দিক্ একটি গাছে ঠেসান আছে, গাছের যে অংশে সিঁড়ির আগা ঠেকিয়া আছে, উহা ভূমি হইতে ৩৫ ফুট উচ্চ, এবং উহার গোড়া গাছের গোড়া হইতে ৪ গজ তফাতে আছে, সিঁড়িখানির দৈর্ঘ্য কত ?

উত্তর—৩৭ ফুট ।

১৭। একটি রাস্তার এক পার্শ্বে একটি বাড়ী আছে, ঐ বাড়ীতে ভূমি হইতে ২৪ ফুট উর্দ্ধে একটি জানালা আছে, ৪০ ফুট লম্বা, একখানি সিঁড়ির গোড়া ভূমিতে এই ভাবে অবস্থিত আছে, যে উহা ঠিক ঐ জানালায় ঠেকিয়াছে, যদি সিঁড়িখানির গোড়া যেক্রমে অবস্থিত সেইরূপ রাখিয়া উহাকে আস্তে আস্তে ঘুরাইয়া লওয়া যায়, তাহা হইলে উহা রাস্তার অপর পার্শ্বস্থ একটি বাটীর ৩২ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত একটি জানালায় ঠেকে, রাস্তাটির পরিমার (প্রস্থ) কত ? উত্তর—৩২ + ২৪ ফুট ।

১৮। উপরি উক্ত প্রশ্নে যদি সিঁড়িখানির দৈর্ঘ্য ৩১½ ফুট

হয়, রাস্তার যে পার্শ্বের জানালায় উহা ঠেকিয়াছে, তাহা ভূমি হইতে ৩০ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত হয়, এবং রাস্তার অপরপার্শ্বস্থ যে জানালায় উহা ঠেকিতেছে তাহা ভূমি হইতে ২৫ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত হয়, তাহা হইলে, রাস্তাটির চওড়া কত হইবে ?

উত্তর—২৭½ ফুট ।

১৯। একখানি সিঁড়ি কোন রাস্তার একপার্শ্বস্থ একটা বাটার গায়ে ঠেসান আছে, উহার গোড়া বাটার ভিত হইতে ১৪ ফুট, তফাতে অবস্থিত, এবং উহার অগ্রভাগ যেখানে ঠেকিয়া আছে, উহা ভূমি হইতে ৪৮ ফুট উর্দ্ধে সিঁড়ির গোড়া (পায়া) যেরূপ আছে রাখিয়া উহা ঘুরাইলে সিঁড়িখানি রাস্তার অপর পার্শ্বস্থ একটা বাটার ভূমি হইতে ৪০ ফুট উর্দ্ধে স্থানে পৌঁছে ; রাস্তাটির পরিসর কত ? উত্তর—১৪ + ৩০ ফুট ।

২০। উপরের প্রশ্নের সিঁড়িখানি যদি বাটার ভিত হইতে ৩০ ফুট অন্তরে অবস্থিত হয়, এবং উহার অগ্রভাগ যদি বাটার ২২ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত জানালায় ঠেকিয়া থাকে, পরে ঘুরাইয়া আনিলে অপর পার্শ্বস্থ বাটার ৩৬ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত জানালায় ঠেকে, তাহা হইলে রাস্তাটির পরিসর কত হইবে ?

উত্তর—৪০½ ফুট ।

২১। একটা বর্গক্ষেত্রের ভূজ ১ ইঞ্চি, উহার কর্ণ পরিমাণ কত হইবে ? [১০টা দশমিক স্থান পর্য্যন্ত উহার নির্ণয় কর ।]

উত্তর—১.৪১৪২১৩৫৬২৪ ।

২২। একটা বর্গক্ষেত্রের ভূজ ১১০ ফুট, উহার কর্ণপরিমাণ কত ?

উত্তর—১৫৫.০৬ ।

২৩। একটা বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৮২.৬৬ ফুট, এবং কেন্দ্র হইতে একটা জ্যার উপর পতিত লম্ব ৭১.১ ফুট ; জ্যার পরিমাণ কত ?

উত্তর—৮৪.৭২ ফুট ।

২৪। সমকোণী সমান্তরিক আকারের একটি ক্ষেত্রের দুইটি সন্নিহিত পার্শ্বের ধারে ধারে একটি ছোট রাস্তা আছে, সমান্তরিকের দীর্ঘতর ভূজ ১৯৬ গজ দীর্ঘ, এবং ক্ষুদ্রতর ভূজ ১৪৭ গজ দীর্ঘ, যদি ধারের রাস্তা দিয়া না যাইয়া উহার কর্ণ-রেখার উপর দিয়া যাওয়া যায়, তাহা হইলে কতটুকু পথ বাঁচিয়া যাইবে ? উত্তর—২৮ গজ ।

২৫। একটি বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৬ ফুট, বৃত্তটির অভ্যন্তরীণ বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ নির্দেশ কর । উত্তর ৮০৮৫ ফুট ।

২৬। কোন বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ৮ ফুট, উহার বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ নির্ণয় কর । উত্তর—৫০৬৬ ফুট ।

২৭। কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ৭ ফুট ; ৮ ফুট লম্বা একটি জ্যার উপর কেন্দ্র হইতে যে লম্বপাত করা হইয়াছে ; তাহার পরিমাণ কত ? উত্তর—৫০৭৪ ফুট ।

২৮। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৭ ইঞ্চি, কেন্দ্র হইতে একটি জ্যার উপর পাতিত লম্ব ১৩ ইঞ্চি ; জ্যার পরিমাণ কত ? উত্তর—২১.৯১ ইঞ্চি ।

২৯। একটি বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ১ ফুট, ব্যাসার্দ্ধটিকে ৬ সমান অংশে বিভক্ত করা হইয়াছে, এবং পাঁচটি বিভাগবিন্দু হইতে ব্যাসার্দ্ধের উপর এক একটি করিয়া পাঁচটি লম্ব টানা হইয়াছে, লম্বগুলি পরিমাপ করিতেছে ; দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত ইচ্ছিতে গণনা করিয়া লম্বগুলির পরিমাণ নির্ণয় কর ।

উত্তর—১১.৮৩; ১১.৩১; ১০.৩৯; ৮.৯৪; ৬.৬৩ ।

৩০। একটি বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ৭ ফুট, বৃত্তের কেন্দ্র হইতে ১২ ফুট দূরস্থ একটি বিন্দু হইতে বৃত্তের একটি স্পর্শনী-রেখা টানা হইয়াছে ; এই স্পর্শনীর দৈর্ঘ্য কত ? উঃ—৯.৭৫ ফুট ।

৩১। কোন প্রাচীন নগরীর ভগ্নাবশেষের মধ্যে এক স্থানে

ছইটী স্তম্ভ দণ্ডায়মান আছে ; এবং স্তম্ভদ্বয়ের মধ্যে একটী ঋজুরেখা টানিলে ঐ ঋজুরেখার কোন অংশে একটী দেবমূর্তি দণ্ডায়মান আছে ; স্তম্ভদ্বয় ও বিগ্রহটী যথাক্রমে ৬৪ ফুট, ৫০ ফুট, ও ৯ ফুট ৯ ইঞ্চি উচ্চ ; আর দেবমূর্তির চূড়াটী দীর্ঘতর স্তম্ভের চূড়া হইতে ৯৭ ফুট, এবং অপর স্তম্ভটীর চূড়া হইতে ৮৬ ফুট অন্তর ; একটী স্তম্ভের চূড়া অপরের চূড়া হইতে কতদূর অন্তর তাহা গণনা কর ।

উত্তর—১৫৭.০৩৬ ফুট ।

৩২। শশী ও নীলমণি একটী নির্দিষ্ট স্থান হইতে যাত্রা করিল, শশী ঠিক পূর্বমুখে প্রতি ঘণ্টায় ৪ মাইল করিয়া চলিতে লাগিল, এবং নীলমণি ঠিক দক্ষিণমুখে ঘণ্টায় ৪½ মাইল করিয়া চলিতে লাগিল ; উভয়ে এইরূপ চলিতে থাকিলে আরম্ভ করিবার কত ঘণ্টা পরে উহার পরস্পর ৪৩ মাইল তফাতে পড়িবে ?

উত্তর—৬.৬৪ ঘণ্টা ।

৩৩। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ৫ ফুট, ৩ ইঞ্চি, কোটির ৯ গুণ কর্ণের ৪ গুণের সহিত সমান এরূপ বিবেচনা করিয়া লইলে উহার কোটি পরিমাণ কত হইবে ?

উত্তর—প্রায় ২ ফুট, ৭½ ইঞ্চি ।

৩৪। ৩০ ফুট উচ্চ একটা বাঁশ বাতাসের জোরে ভাঙ্গিয়া গেল, উহার অগ্রভাগ বাঁশের মূল হইতে ১৮ ফুট দূরে ভূমিসংলগ্ন হইল, বাঁশটী কত ফুট উর্দ্ধে ভাঙ্গিয়াছে ?

উত্তর—১৯½ ।

৩৫। কলিকাতা হইতে চন্দননগর ২১ মাইল অন্তর, চন্দননগর হইতে ৪৩ মাইল পশ্চিমে রামের বাস, এবং কলিকাতা হইতে ২৯ মাইল পূর্বে নীলমণির বাস ; রাম নীলমণির বাসস্থান হইতে কতদূর বাস করেন ? [ উত্তর ৭৫ মাইল ]

৩৬। একখানা বাঁশের সিঁড়ি, একটা রাস্তার ওসারো দিকে

এড়া হইয়া পড়িয়া আছে, সিঁড়িখান যত লম্বা রাস্তাটী ঠিক তত চওড়া, সুতরাং সিঁড়িখান রাস্তা জুড়িয়া আছে, এক্ষণে রাস্তার একপার্শ্বস্থ একটা বাটার ১৫ ফুট উচ্চ একটা জানালায় উঠিবার জন্য সিঁড়িখানি উঠান হইল, উঠাইবার পর দেখা গেল সিঁড়িখানির অপর পার্শ্বটী রাস্তার ধারহইতে ৫ফুট সরিয়া আসিয়াছে; সিঁড়িখানির দৈর্ঘ্য কত ? উত্তর—২৫ ফুট ।

৩৭ । ৯ হাত উচ্চ একটা স্তম্ভের মূলে একটা সর্পের গর্ত আছে, স্তম্ভপরিমাণের তিন গুণ দূর হইতে সর্প গর্তাভিমুখে আসিতেছে, এমত সময়ে স্তম্ভোপরি উপবিষ্ট একটা ময়ূর সর্পকে দেখিতে পাইয়া সবেগে উহার উপর পড়িয়া উহাকে আক্রমণ করিল, যেস্থলে ময়ূর সর্পকে ধরিল তাহা স্তম্ভের অগ্রভাগ হইতে যতদূর তথা হইতে প্রথম লক্ষ্যস্থান ও ততদূর ; গর্ত হইতে সর্প কত দূরে ধরা পড়িল গণনা কর । উত্তর—১২ হস্ত দূরে ।  
( নীলাবতী । )

৩৮ । একটা কমলকলিকা কোন সরোবরের জলাভ্যন্তর হইতে উঠিয়া জলের উপর বিতস্তি প্রমাণ ( বিবত ) উন্নত ছিল, পরে বায়ুর মন্দ মন্দ আন্দোলনে ক্রমশঃ নমিত হইয়া পরিশেষে দুই হস্ত দূরে গিয়া জলমগ্ন হইল, ঐ জল কত গভীর ছিল তাহা স্থির কর । ( নীলাবতী ) উত্তর—জল ৩৬ হাত গভীর, এবং পদ্মের নালের দৈর্ঘ্য ৪৬ হাত ।

## দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ ।

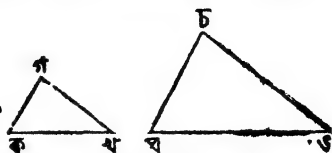
সদৃশ ক্ষেত্র ।

সদৃশ ত্রিভুজ । সম্পাদ্য । সদৃশ ত্রিভুজ কাহাকে কহে তাহা পরিভাষাপরিচ্ছেদে কথিত হইয়াছে । ( ৪০ পরিভাষা ) দেখ ।



মনে কর কখগ, ঘঙচ দুইটা সদৃশ ত্রিভুজ, তাহা হইলে  
লক্ষণ অনুসারে :—

কখ : খগ :: ঘঙ : ঙচ ;  
অতএব কখ × ঙচ = খগ × ঘঙ ;



সূত্র ১। যদি দুইটা সদৃশ ত্রিভুজের মধ্যে একটীর দুইটা  
ভুজ নির্দিষ্ট থাকে, এবং অপরের প্রথম ত্রিভুজের সদৃশ ভুজদ্বয়ের  
মধ্যে একটা নির্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে উল্লিখিত সমানুপাত  
অনুসারে দ্বিতীয় ত্রিভুজের অবশিষ্ট সদৃশ ভুজটীর পরিমাণ নির্ণয়  
করিতে পারা যায়। প্রক্রিয়া পাটীগণিতের ত্রৈরাশিক প্রক্রিয়া  
ব্যতীত আর কিছুই নহে।

উদাহরণ।

মনে কর কখ = ১০ ; খগ = ১২ ; ঘঙ = ১৪ ; ঙচ কত  
হইবে ?

উল্লিখিত অনুপাতানুসারে :—

$$১০ : ১২ :: ১৪ : ঙচ ;$$

$$\therefore ঙচ = \frac{১২ \times ১৪}{১০} = ১৬\frac{২}{৫}।$$

(২) কখ = ২২ ; কগ = ২ ; ঘঙ = ৩২ ; ঘচ কত হইবে ?

প্রশ্নানুসারে ২২ : ২ :: ৩২ : ঘচ

$$২ \times \frac{১}{২}$$

$$\therefore ঘচ = \frac{২ \times ৩২}{২} = ৩২$$

(৩) কগ = ৫ ; গখ = ৬ ; ঘচ = ৭ ; চঙ কত হইবে ?

$$\text{প্রশ্নানুসারে } ৫ : ৬ :: ৭ : চঙ = \frac{৬ \times ৭}{৫} = ৮\frac{২}{৫}$$

১ম সম্পাদ্য—ক। পরস্পর সদৃশ ত্রিভুজের যে সকল  
বিশেষ গুণ আছে, তৎসমুদয়ের সাহায্যে পরিমিতশাস্ত্রঘটিত  
অনেক সিদ্ধান্ত নির্ণীত হইয়া থাকে।

পূর্ব পরিচ্ছেদের বিবিধ উদাহরণের দ্বিতীয় প্রশ্নে নির্ণীত হইয়াছে যে, যদি কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভূজপরিমাণ ১ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার উচ্চায় ৮৬৬ ফুট হইবে। সকল সমবাহু ত্রিভুজের ভূজ ও উচ্চায়ের সহিত এই অনুপাত থাকে, অতএব যদি কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভূজপরিমাণ ৬ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার উন্নতি  $৬ \times ৮৬৬$  ফুট হইবে। ভূজপরিমাণ ২ ফুট অর্থাৎ ৬ইঞ্চি হইলে উন্নতি  $৬ \times ৮৬৬ \div ২ = ২৬০৩$  হইবে। ইত্যাদি।

১ম—খ। প্রথম অধ্যায়ের দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে আবশ্যক উপপাদ্য প্রস্তাবের ২৩ শ প্রতিজ্ঞায় নির্ণীত হইয়াছে যে, উক্ত প্রতিজ্ঞায় কণ্ড, ও ঋগু ত্রিভুজের পরস্পর সদৃশ, অতএব  $উক : ঊঘ :: উগ : উখ$ । সুতরাং  $উক \times উখ = ঊঘ \times উগ$ । অর্থাৎ যদি কোন বৃত্তের অভ্যন্তরে দুইটি ঋজুরেখা পরস্পর ছেদ করিয়া পরিধি স্পর্শ করে, তাহা হইলে একের অংশদ্বয়ের পরস্পর গুণনে উৎপন্ন সমকোণী সমান্তরিক অন্যের তাদৃশ অংশদ্বয়ের পরস্পর গুণনে উৎপন্ন সমকোণী সমান্তরিকের সহিত সমান হইবে। ইউক্লিড ৩-৩৫ এইটি বৃত্তক্ষেত্রের একটা অতিশয় প্রয়োজনীয় বিশেষ গুণ। [প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর]

২ সম্পাদ্য। কোন বস্তুর ছায়াপরিমাণ করিয়া সদৃশ ত্রিভুজের সাহায্যে বস্তুটির প্রকৃত পরিমাণ নির্ণয় করিতে পারা যায়।

উদাহরণ।

১। মনে কর ৪ ফুট লম্বা একটা বাঁশ ভূমির উপর লম্বভাবে ধরাতে উহার ছায়া ৫ ফুট লম্বা হইয়াছে, আর একটা মন্দিরের ছায়া ৮৩ ফুট লম্বা মাপা হইয়াছে, এক্ষণে প্রকৃত মন্দিরটি কত উচ্চ তাহা নির্ণয় করিতে হইবে।

বাঁশের অগ্রভাগ উহার ছায়ার শেষ সীমার সহিত সংযুক্ত

করিয়া দিলে, এবং মন্দিরের অগ্রভাগ উহার ছায়ার শেষ সীমার সহিত সংযুক্ত করিয়া দিলে দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ পাওয়া যাইবে । আর দেখা যাইতেছে যে ৪ ফুট লম্বা বাঁশের ছায়া ৫ ফুট লম্বা হইতেছে, অতএব অনুপাতের নিয়মানুসারে যদি ৪ ফুটের ছায়া ৫ ফুট হয় তবে কত পরিমাণের ছায়া ৮৩ ফুট হইবে ? অঙ্কপাত করিয়া :—

৫ : ৪ :: ৮৩ : আবশ্যক উন্নতি ।

$$\therefore \text{আবশ্যক উন্নতি} = \frac{৮৩ \times ৪}{৫} = \frac{৩৩২}{৫} = ৬৬\frac{২}{৫}$$

২। ৩ ফুট লম্বা একগাছি ছড়ি, ভূমিতে খাড়া করা রহিয়াছে, উহার ছায়া ৪ ফুট লম্বা হইয়াছে, আর একটা গাছের ছায়া ৫২ ফুট মাপা হইয়াছে ; গাছটির প্রকৃত উন্নতি কত ?

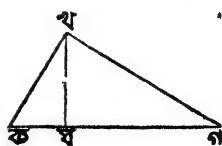
অনুপাতানুসারে :—

৪ : ৩ :: ৫২ : বৃক্ষের উন্নতি ।

$$\therefore \text{বৃক্ষের উন্নতি} = \frac{৫২ \times ৩}{৪} = ৩৯ \text{ ফুট} ।$$

৩ সম্পাদ্য । কোন ত্রিভুজের ভূজদ্বয় ও ভূমির পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, ত্রিভুজটির লম্ব অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ কত, তাহা নির্ণয় করিতে হইবে ।

কখগ একটি ত্রিভুজ, ইহার কখ, ও খগ ভূজদ্বয়ের পরিমাণ, এবং কগ ভূমির পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, ইহার লম্ব অর্থাৎ উন্নতি খঘ রেখার পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।



[ কোন ত্রিভুজের কোন একটি কোণিক বিন্দু হইতে উহার অভিন্নুখীন ভূজের উপর লম্বপাত করিলে ঐ লম্বকে ত্রিভুজের লম্ব বা উন্নতি কহে, ইহা পরিভাষা পরিচ্ছেদে কথিত হইয়াছে ] ।

খঘ লম্ব কগ ভূমিকে দুই ভাগে বিভক্ত করিতেছে, অতএব

ঋষ লম্বরেখার পরিমাণ নির্ধারণ করিতে হইলে প্রথমতঃ কগ ভূমির কঘ ও ঘগ এই দুই অংশের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে। তাহার পর পূর্বপরিচ্ছেদের ২য় সম্পাদ্যানুসারে প্রক্রিয়া করিলে, লম্বদ্বারা নির্দিষ্ট ত্রিভুজটী যে দুই সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত হইয়াছে, উহাদের প্রত্যেকটী হইতে অতি সহজেই লম্ব পরিমাণ নির্ণীত হইবে, অর্থাৎ  $কখ^২ - কঘ^২ = ঋষ^২$ , বা  $খগ^২ - গঘ^২ = ঋষ^২$ । অর্থাৎ নির্দিষ্ট ত্রিভুজের একটী ভুজের বর্গ হইতে ঐ ভুজের সন্নিহিত ভূমিখণ্ডের বর্গকে বিয়োগ করিতে হইবে, করিয়া বিয়োগফলের বর্গমূল নিষ্কাশন করিলেই লম্ব পরিমাণ পাওয়া যাইবে। অর্থাৎ  $ঋষ = \sqrt{কখ^২ - কঘ^২}$ ; অথবা  $ঋষ = \sqrt{খগ^২ - গঘ^২}$ ।

কি প্রকারে ভূমির খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ নির্ধারণ করিতে হয়, তাহা নিম্নে প্রকটিত হইতেছে।

যদি নির্দিষ্ট ত্রিভুজের ঋগ ভুজ, কখ ভুজ অপেক্ষা বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে বৃহত্তর ভুজের সন্নিহিত গঘ খণ্ডটীও কঘ খণ্ড অপেক্ষা বৃহত্তর হইবে। অর্থাৎ যদি কোন ত্রিভুজের কোন কোণিক বিন্দু হইতে উহার অভিমুখীন ভুজের উপর লম্বপাত করা যায়, তাহা হইলে উক্ত ভুজটী লম্ব দ্বারা যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয়, সেই দুই খণ্ডের মধ্যে যেটী নির্দিষ্ট ত্রিভুজের অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের মধ্যে বৃহত্তরের সন্নিহিত, সেইটী ক্ষুদ্রতর ভুজের সন্নিহিত খণ্ডটী অপেক্ষা বৃহত্তর; প্রস্তাবিত ত্রিভুজের ঋগ ভুজ কখ ভুজ অপেক্ষা বৃহত্তর; অতএব গঘ খণ্ডটী কঘ খণ্ড অপেক্ষা বৃহত্তর। এক্ষণে প্রস্তাবিত কখগ ত্রিভুজের কগ ভূমির সহিত, কখ ও গখ ভুজদ্বয়ের সমষ্টির যে অনুপাত, ভুজদ্বয়ের অন্তরের সহিত ভূমিখণ্ডদ্বয়ের অন্তরেরও সেই অনুপাত, অর্থাৎ,—

কগ : খগ+খক :: খগ—খক : গঘ—ঘক । অতএব  
 (খগ+খক) (খগ—খক) = (গঘ—ঘক) কগ ;  
 (খগ+খক) (খগ—খক)

অতএব গঘ—ঘক =  $\frac{\text{কগ}}{\text{কগ}}$  ; আর

গঘ+ঘগ = কগ ; অতএব উভয় রাশি পরস্পর যোগ করিলে  
 (খগ+খক) (খগ—খক)

২ গঘ =  $\frac{\text{কগ}}{\text{কগ}}$  + কগ =

(খগ+খক) (খগ—খক+কগ<sup>২</sup>)

কগ

(খগ+খক) (খগ—খক)+কগ<sup>২</sup>

অতএব গঘ =  $\frac{\text{কগ}}{\text{কগ}}$

২কগ

আর কগ—গঘ = কঘ, অতএব ভূমির দুইটা খণ্ডই জানা গেল ।

সূত্র । অতএব কোন ত্রিভুজের ভূজদ্বয় ও ভূমির পরিমাণ  
 বিদিত থাকিলে, উল্লিখিত অনুপাতানুসারে প্রথমে ভূমিখণ্ডদ্বয়ের  
 বিয়োগফল বাহির কর, পরে ভূমি পরিমাণের সহিত উক্ত  
 বিয়োগফল যোগ করিয়া সমষ্টির অর্দ্ধেক লইলেই ভূমিখণ্ডদ্বয়ের  
 মধ্যে বৃহত্তরটির পরিমাণ পাওয়া যাইবে ; পরে সমগ্র ভূমি পরি-  
 মাণ হইতে বৃহত্তরটা বাদ দিলে ক্ষুদ্রতর খণ্ডটিও পাওয়া যাইবে ।  
 এই প্রস্তাবে উল্লিখিত পূর্বপরিচ্ছেদের দ্বিতীয় সম্পাদ্য অনুসারে  
 ত্রিভুজটির লম্ব অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ পাওয়া যাইবে ।\*

---

\* সমবাহু ত্রিভুজস্থলে অথবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজস্থলে যেখানে সমবাহুদ্বয়ের  
 অন্তর্গত কোণ হইতে উহার অভিমুখীন তুজের উপর লম্বপাত করা হইয়াছে  
 তখন উল্লিখিত নিয়মের উপযোগিতা নাই, কারণ এই দুই স্থলে দীর্ঘকোণ  
 হইতে ভূমির উপর যে লম্বরেখা পতিত হইবে, উহা দ্বারা ভূমি দুই সমান  
 ভাগে বিভক্ত হইবে । অতএব ভূমির পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে পূর্ব পরিচ্ছে-  
 দের দ্বিতীয় সম্পাদ্য অনুসারে লম্বের পরিমাণ নির্দ্ধারিত হইবে ।

উদাহরণ ।

১। কোন ত্রিভুজের তিনটি ভুজের পরিমাণ ৪২, ৪০, ও ২৬ ফুট ; উহার দীর্ঘতম ভুজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে ?

মনে কর কগ = ৪২, খগ = ৪০ ; কখ = ২৬, এখানে কগ ভুজকে ত্রিভুজের ভূমি স্বরূপ ধরা হইয়াছে ।

উল্লিখিত নিয়মামুসারে,

কগ : খগ + খক :: খগ—খক : গঘ—ঘক ;

∴ ৪২ : ৪০ + ২৬ :: ৪০—২৬ : গঘ—ঘক ;

∴ গঘ—ঘক =  $\frac{৪২ \times ১৪}{৪০} = ১২$  ; আর গঘ + ঘক = ৪২ ;

∴ উভয় রাশি যোগ করিয়া ২ গঘ = ৬৪ ; ∴ গঘ = ৩২ ;

∴ ঘক = ৪২—৩২ = ১০ ।

এক্ষণে কখঘ, ও খগঘ, প্রত্যেকে এক একটা সমকোণী ত্রিভুজ ও ইহাদের ঘ কোণ সমকোণ বলিয়া ঘখ<sup>২</sup> = কখ<sup>২</sup>—কঘ<sup>২</sup> ; অতএব ঘখ =  $\sqrt{(কখ^2 - কঘ^2)} = \sqrt{(২৬^2 - ১০^2)} = ২৪$  ফুট ; অতএব ত্রিভুজের লম্ব অর্থাৎ উচ্চায় ২৪ ফুট হইল ।

নিয়মাস্তর । নির্দিষ্ট ত্রিভুজের দুইটি ভুজের সমষ্টিকে উহাদের পরস্পর বিয়োগফলদ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে ভূমি পরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে যে ফল হইবে, তাহা ভূমিপরিমাণের সহিত যোগ করিয়া সমষ্টির অর্ধেক লইলে উহা বৃহত্তর খণ্ডের পরিমাণ হইবে, এবং ঐ ফল ভূমিপরিমাণ হইতে অন্তর করিলে, ঐ অন্তরের অর্ধেক ক্ষুদ্রাংশের পরিমাণ হইবে । পরে পূর্বোক্ত নিয়মামুসারে লম্বপরিমাণ পাওয়া যাইবে ।

উদাহরণ ।

১। কোন ত্রিভুজের দুইটি ভুজ যথাক্রমে ১৩, ও ১৫ ফুট,

ভূমি ১৪ ফুট; ভূজদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ হইতে ভূমির উপর  
পাতিত লম্বের পরিমাণ কত ?

$১৫ + ১৩ = ২৮$  ;  $১৫ - ১৩ = ২$  ;  $২৮ \times ২ + ১৪ = ৪$  ;  $\therefore ১৪ + ৪ = ১৮$  ;  $\frac{১৮}{২} = ৯ =$  ভূমির বৃহত্তর অংশের পরিমাণ ।  $১৪ - ৪ = ১০$  ,  $\frac{১০}{২} = ৫ =$  ক্ষুদ্রতর অংশের পরিমাণ ।

কারণ বৃহত্তর অংশকে ক, ও ক্ষুদ্রতর অংশকে খ ধরিলে  
 $ক + খ = ১৪$  ;  $ক - খ = ৪$  ; অতএব  $ক + খ + ক - খ$  অথবা  
 $২ ক = ১৪ + ৪ = ১৮$  ;  $\therefore ক = ৯$  ‘ $\therefore$  লম্ব  $= ১৫ - ৯ = ৬$   
 $২২৫ - ৮১ = ১৪৪$  ;  $\therefore$  লম্ব  $= \sqrt{(১৪৪)} = ১২$  ;

স্থলকোণী ত্রিভুজের কোন স্থলকোণ হইতে (অথবা কোন  
কোন প্রকার স্থলকোণী ত্রিভুজের কোন স্থলকোণ হইতে,) উহার  
অভিমুখীন ভূজের উপর লম্ব টানিতে হইলে, উক্ত ভূজের  
ত্রিভুজের অন্তর্গত অংশের উপর লম্বপাত হইতে পারে না, এক্রপ  
স্থলে লম্বপাত করিতে হইলে ভূজটি বর্দ্ধিত করিয়া ঐ বর্দ্ধিত  
অংশের উপর লম্বপাত করিতে হয় ।

গকখ স্থলকোণী ত্রিভুজের

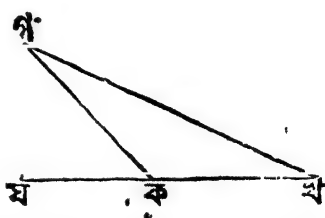
খক ভূজ বর্দ্ধিত করিয়া গঘ

লম্বপাত করা হইয়াছে । এই-

রূপে গক ভূজ বর্দ্ধিত করিয়া

খঘ লম্ব টানা যাইতে পারে ।

একরূপস্থলেও উল্লিখিত নিয়মানু-



সারে লম্বের পরিমাণ নির্ধারণ করা যাইতে পারে । একরূপ স্থলে  
ভূমির আবাদ অর্থাৎ খণ্ডদ্বয় নির্ণয় করিবার সময় যদি ভূজদ্বয়ের  
সমষ্টিকে উহাদের অন্তরের দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ভূমি দ্বারা  
ভাগ করিলে যাহা ভাগফল হইবে, উহা ভূমির পরিমাণ অপেক্ষা  
বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে ঐ ভাগফল হইতে ভূমিপরিমাণ বাদ

দিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে তাহার অর্ধেক লইলে ক্ষুদ্রতর অর্থাৎ লম্ব ও ত্রিভুজের অন্যতম ভুজ এই উভয়ের অন্তর্গত খণ্ডের পরিমাণ পাওয়া যাইবে, পরে এই খণ্ডের পরিমাণ ভূমি-মাণের সহিত যোগ করিলে বৃহত্তর খণ্ড ও ত্রিভুজের অপর ভুজের মধ্যগত খণ্ডের পরিমাণ পাওয়া যাইবে । পরে সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে লম্ব পরিমাণ নির্ণয় করা যাইবে ।

উদাহরণ ।

১। উল্লিখিত ত্রিভুজের ভূজদ্বয়ের পরিমাণ ১০, ও ১৭, ভূমিপরিমাণ ৯ ; লম্বপরিমাণ নির্ণয় কর ।

নিয়মানুসারে  $১৭+১০=২৭$  ;  $১৭-১০=৭$  ;  $\frac{২৭ \times ৭}{২}=২১$  ;  
 $\therefore ২১-৯=১২=২$  বক ;  $\therefore$  বক = ৬, এবং ঘথ =  $৬+৯=১৫$   
 $\therefore$  গঘ'লম্ব =  $\sqrt{(১০^২-৬^২)} = \sqrt{(১০০-৩৬)} = \sqrt{৬৪} = ৮$  ।

আর এক প্রকারে সকল স্থলেই লম্বদ্বারা উৎপাদিত ভূমির আবাধ অর্থাৎ খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ নির্ণয় করিতে পারা যায় ।

১ম প্রতিকৃতির উদাহরণে ভূমির খণ্ডদ্বয়ের মধ্যে বৃহত্তরটিকে অব্যক্ত রাশি অ দ্বারা নির্দেশ কর, এস্থলে গঘ ভুজ = ১৫ ; বক ভুজ = ১৩ ; কগ ভূমি = ১৪ ; ঘগ ভূমিখণ্ড = অ, এবং বক ভূমি-খণ্ড = ১৪—অ ।

এক্ষণে প্রশ্নানুসারে গঘ<sup>২</sup> =  $১৫^২ - অ^২$ , এবং গঘ<sup>২</sup> =  $১৩^২ - (১৪-অ)^২$  ; কিন্তু যে সকল রাশি কোন এক নির্দিষ্ট রাশির সহিত সমান, তাহার পরস্পর সমান (১ স্বতঃ) ; অতএব  $১৫^২ - অ^২ = ১৩^২ - (১৪-অ)^২$  ।

$\therefore ২২৫ - অ^২ = ১৬৯ - ১৯৬ + ২৮ অ - অ^২$  ; কিন্তু সমান সমান রাশিতে সমান সমান রাশি যোগ করিলে সমষ্টিদ্বয় সমান সমান হয় । (২ স্বতঃ) , অতএব উভয় দিকে অ<sup>২</sup> যোগ করিয়া  $২২৫ = ১৬৯ - ১৯৬ + ২৮ অ$  ; অতএব  $২৮ অ = ২৫২$ , (৩ স্বতঃ) ,  
 $\therefore অ = \frac{২৫২}{২৮} = ৯ =$  বগ  $\therefore$  বক =  $১৪ - ৯ = ৫$  ।



আবার ২য় উদাহরণে গ'থ = ১৭ ; গক = ১০, ক'থ = ৯ মনে  
কর ক'থ = অ ; এক্ষণে গব'২ = ১০২—অ'২ ; এবং গব'২ = ১৭২  
—(৯+অ)'২ ; অতএব ১০২—অ'২ = ১৭২—(৯+অ)'২ (১ম  
স্বতঃ) ;

$$\therefore ১০০—অ'২ = ২৮৯—৮১—১৮ অ—অ'২ ;$$

$$\therefore ১০০ = ২৮৯—৮১—১৮ অ ; (৩য় স্বতঃ)$$

$$\therefore ২০৮—১৮ অ = ১০০ ;$$

$$\therefore ১৮ অ = ১০৮ (৩য় স্বতঃ)$$

$$\therefore অ = \frac{১০৮}{১৮} = ৬ = ক'থ, এবং যথ'৩ ৬+৯ = ১৫.$$

প্রতিজ্ঞা। একটী অনির্দিষ্ট ভূমির একই পৃষ্ঠে উহার দুই  
প্রান্তে দুইটী নির্দিষ্ট পরিমাণ লম্বরেখা টানা হইয়াছে, লম্বদ্বয়ের  
প্রত্যেকটীৰ অগ্রভাগ হইতে অপরটীর মূলদেশ পর্য্যন্ত যথাক্রমে  
দুইটী ঋজুরেখা টানা হইয়াছে, ঐ ঋজুরেখাদ্বয়ের যে স্থলে  
পরস্পর সম্পাত হইয়াছে, তথা হইতে ভূমির উপর পাতিত লম্বের  
পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ; আর যদি এক্রূপ স্থলে ভূমির  
পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে উক্ত লম্বদ্বারা ভূমিটী যে দুই  
খণ্ডে বিভক্ত হইবে উক্ত খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ নির্ণয় করিতে  
হইবে।

সূত্র ১। একটী লম্বের পরিমাণকে অপরটীর পরিমাণদ্বারা  
গুণ করিয়া, গুণফলকে লম্বদ্বয়ের সমষ্টিদ্বারা ভাগ কর, করিলে  
ভাগফল অতীষ্ট লম্বের পরিমাণ হইবে। আর যদি ভূমির পরিমাণ  
নির্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে প্রত্যেক নির্দিষ্ট লম্বকে নির্দিষ্ট লম্ব-  
দ্বয়ের সমষ্টিদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ভূমিপরিমাণদ্বারা ভাগ  
দিলে ভূমির খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ।

১। একটী ২৫ হাত ও অপরটী ২০ হাত দীর্ঘ দুইটী বাঁশ  
ঠিক লম্বভাবে খাড়া করা আছে, উহাদের প্রত্যেকের অগ্রভাগকে

অন্যের মূলের সহিত রজ্জুদ্বারা সংযুক্ত করা হইয়াছে, রজ্জুদ্বয়ের পরস্পর সম্পাতস্থল হইতে ভূমির উপর লম্বপাত করিলে ঐ লম্বের পরিমাণ কত হইবে ?

সূত্রানুসারে,  $২৫ \times ২০ = ৫০০$  ;  $২৫ + ২০ = ৪৫$ ,  $\frac{৫০০}{৪৫} = ১১\frac{২}{৯}$  হাত। অতএব অভীষ্ট লম্বপরিমাণ  $= ১১\frac{২}{৯}$  হাত।

২। যদি উপরিউক্ত অঙ্কে ভূমির পরিমাণ ৫ হাত হয়, অর্থাৎ ছুইটী বাঁশ পরস্পর ৫ হাত দূরে অবস্থিত হয়, তবে অভীষ্ট লম্বদ্বারা ভূমি যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হইবে, তাহাদের প্রত্যেকের পরিমাণ কত হইবে ?

সূত্রানুসারে,  $\frac{২৫}{৪৫} \times ৫ = \frac{২৫}{৯} = ২\frac{৭}{৯}$  এক খণ্ড; আর  $\frac{২০}{৪৫} \times ৫ = \frac{২০}{৯} = ২\frac{২}{৯}$ ।

২ সূত্র। সদৃশ ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র। ত্রিভুজের ত্রায় চতুর্ভুজ, পঞ্চভুজ, ষড়্ভুজ প্রভৃতি যাবতীয় প্রকার ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রই পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র হইতে পারে। কিরূপ লক্ষণাক্রান্ত হইলে ছুইটী ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ হয়, তাহা পরিভাষাপরিচ্ছেদে নির্দিষ্ট হইয়াছে, পাঠার্থীদিগের স্মরণার্থ উহা এস্থলে পুনরুল্লিখিত হইল, যে সকল সমানসংখ্যক ভুজবিশিষ্ট ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের কোণগুলি পরস্পর সমান এবং সমান সমান কোণাশ্রিত ভুজগুলি পরস্পর সমানুপাতী তাহাদিগকে সদৃশ ক্ষেত্র কহে।

মনে কর কখ-

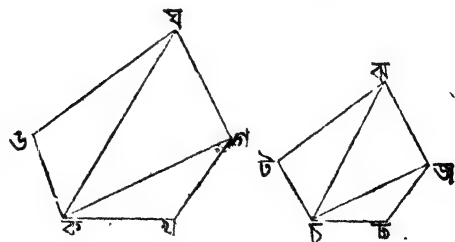
গঘঙ, চছজঝট

এই দুইটী পঞ্চ-

ভুজ ঋজুরৈখিক

ক্ষেত্র। এক্ষণে,

যদি বৃহত্তর



ক্ষেত্রটির ক,খ,গ,ঘ,ঙ, এই পাঁচটা কোণ, যথাক্রমে ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রটির চ,ছ,জ,ঝ,ট এই পাঁচটা কোণের সহিত সমান হয়,

এবং উভয়ের সমান সমান কোণাশ্রিত ভুজগুলি সমানুপাতী হয়, অর্থাৎ কথ্যঃ খগঃ চছঃ ছজঃ খগঃ গঘঃ ছজঃ জঝঃ গঘঃ ঘঙঃ জঝঃ ঝটঃ এবং ঘঙঃ ঙকঃঃ ঝটঃ টচঃ ইত্যাদি প্রকার হয়, তাহা হইলে পঞ্চভুজ ক্ষেত্রদ্বয়কে পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র কহে ।

এক্ষণে প্রতিপন্ন হইতেছে যে, দুইটা ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ হইতে হইলে দুইটা বিষয়ের যৌগপদ্যের প্রয়োজন, প্রথম, কোণগুলির পরস্পর সাম্য, দ্বিতীয়, ভুজগুলির সমানুপাত । ত্রিভুজ-ক্ষেত্রের বিষয়ে এই দুইটা লক্ষণের একটা উপস্থিত থাকিলে অপরটা অবশ্যই থাকিবে, কারণ ত্রিভুজদ্বয়ের কোণগুলি পরস্পর সমান হইলে কোণাশ্রিত ভুজগুলি অবশ্যই সমানুপাতী হইবে, এবং ত্রিভুজদ্বয়ের কোণাশ্রিত ভুজগুলি সমানুপাতী হইলে ত্রিভুজদ্বয়ের কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে । (ইউক্লিড ৬ষ্ঠ অধ্যায় ৪ এবং ৫ প্রতিজ্ঞা) ; কিন্তু তিনটা অপেক্ষা অধিক-সংখ্যক ভুজবিশিষ্ট ক্ষেত্রের বিষয়ে কখনই এরূপ হইতে পারে না, কারণ ভিন্ন ভিন্ন চতুর্ভুজ প্রভৃতি ক্ষেত্রের কোণগুলি পরস্পর সমান হইলেও কোণাশ্রিত ভুজগুলি পরস্পর সমানুপাত না হইলে ও না হইতে পারে ; মনে কর বর্গক্ষেত্রের কোণগুলি অন্য কোন প্রকার সমকোণী সমান্তরিকের কোণগুলির সহিত সমান, কিন্তু উহাদের সমান সমান কোণাশ্রিত ভুজগুলির অনুপাত সমান নহে, আবার কোণাশ্রিত ভুজগুলি সমানুপাত থাকিয়াও কোণগুলি সমান না হইতেও পারে, বর্গক্ষেত্রের ভুজগুলি রম্বসক্ষেত্রের ভুজগুলির সহিত সমানুপাত বটে, কিন্তু উহাদের কোণগুলি পরস্পর সমান নহে ।

চতুর্ভুজ প্রভৃতি যাবতীয় ঋজুরৈখিক বহুভুজ ক্ষেত্রের মধ্যে

সে গুলি পরস্পর সদৃশ, তাহাদিগকে সমানসংখ্যক সদৃশ ত্রিভুজে বিভক্ত করা বাইতে পারে। উল্লিখিত প্রতিকৃতিতে গক, ঘক, ও জচ, ঝচ ঋজুরেখা কয়েকটা টানিয়া প্রত্যেক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র তিন তিনটা সদৃশ ত্রিভুজে বিভক্ত হইয়াছে।

২য় সম্পাদ্য। সদৃশ ত্রিভুজের ন্যায় সদৃশ বহুভুজ ক্ষেত্রেও সমানুপাতবিশিষ্ট চারিটা রাশির মধ্যে তিনটা নির্দিষ্ট থাকিলে সমানুপাতের নিয়ম অনুসারে চতুর্থটির নির্ণয় হইতে পারে, অর্থাৎ দুইটী পরস্পর সদৃশ বহুভুজ ক্ষেত্রের মধ্যে যদি একের দুইটি ঋজুরেখা ও অন্যের তৎস্থানীয় ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে একটি নির্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে সমানুপাতের নিয়মানুসারে অবশিষ্ট রাশিটির নির্ণয় হয়।

উদাহরণ।

১। পূর্ব চিত্রে কথ = ৪ ; খগ = ৫ ; চছ = ৩ ; ছজ রেখার পরিমাণ কত ?

যেহেতু কথ : খগ :: চছ : ছজ ;  $\therefore ৪ : ৫ :: ৩ : ছজ$ ,

$\therefore ৪ ছজ = ১৫$  ;  $\therefore ছজ = \frac{১৫}{৪} = ৩\frac{৩}{৪}$ ,

২। উক্ত চিত্রে মনে কর, কঙ = ২ ইঞ্চি ; কগ = ৪ $\frac{১}{২}$  ইঞ্চি ; চট = ১ $\frac{১}{২}$  ইঞ্চি ; চজ রেখার পরিমাণ কত হইবে ?

প্রমানুসারে, ২ : ৪ $\frac{১}{২}$  :: ১ $\frac{১}{২}$  : চজ ;

$\therefore ৪\frac{১}{২} \times ১\frac{১}{২} = \frac{৪১}{৪} = ১০\frac{১}{৪}$  চজ। অতএব চজ = ২  $\frac{১৩}{৪}$ ।

সদৃশ ক্ষেত্র যেক্রপ ঋজুরৈখিক হয়, সেইরূপ আংশিক ঋজুরৈখিক, আংশিক কুটিলরৈখিক, অথবা সম্পূর্ণরূপে কুটিলরৈখিক ও হইতে পারে। অর্থাৎ যে সকল ক্ষেত্রের সীমা কেবল ঋজুরেখা তাহারা যেমন পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র হইতে পারে, সেইরূপ যাহাদের সীমার কিয়দংশ ঋজুরেখা আবার কিয়দংশ বা কুটিল-

রেখা, অথবা যাহাদের সীমা সম্পূর্ণরূপে কুটিলরেখা, তৎসমুদয় ও পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র হইতে পারে। ফলতঃ যে সকল জ্যামিতিক ক্ষেত্রের আকার অবিকল একরূপ, তাহারা ভিন্ন ভিন্ন পরিমাণের হইলেও পরস্পর সদৃশ হইতে পারে। ইহা দ্বারা স্পষ্টই প্রতীতি হইতেছে যে, যাবতীয় বৃত্তক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ।

৩য় সম্পাদ্য। যাহার সকল ভূজগুলি পরস্পর সমান, এবং কোণগুলিও পরস্পর সমান, এরূপ একটা বহুভুজ ক্ষেত্রের ভূজ পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, উহার লম্ব পরিমাণ (কেন্দ্র হইতে ভূজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ) অর্থাৎ উহার অভ্যন্তরীণ বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ, এবং উহার বাহিরে অঙ্কিত বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

সমবহুভুজের অন্তর্গত যে বিন্দু হইতে উহার প্রত্যেক ভূজের উপর লম্ব টানিলে উহারা পরস্পর সমান হয়, সেই বিন্দুকে সম-বহুভুজের কেন্দ্র কহে।

ভূজের সংখ্যানুসারে বহুভুজ ক্ষেত্রগুলি ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, পঞ্চভুজ, ষড়্ভুজ ইত্যাদি নানা প্রকার। যদি উহাদের ভূজের পরিমাণ ১ ধরা যায়, তাহা হইলে ভূজসংখ্যানুসারে যে বহুভুজের লম্বপরিমাণ এবং বহিবৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ যাহা হয়, তাহা নিম্নের তালিকায় প্রকটিত হইতেছে। উহাতে দ্বাদশভুজ পর্য্যন্ত বহুভুজের লম্ব ও বহিবৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ পাওয়া যাইবে। ভূজপরিমাণ ১ হইলে লম্বপরিমাণ ও বহিবৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ কত হয়, তাহা ত্রিকোণমিতি পাঠ না করিলে বাহির করা যায় না, অতএব পরিমিতিপাঠের সময় গণনার সুবিধার্থ ত্রিকোণমিতিদৃষ্টে দ্বাদশভুজ পর্য্যন্ত একটা তালিকা প্রকটিত হইয়া থাকে, গণনার সময় বহুভুজের লম্বপরিমাণ নির্ণয়করিবার প্রয়োজন

হইলে ভূজসংখ্যানুসারে ভূজপরিমাণ ১ ফুট হইলে লম্বপরিমাণ যত হইবে, তাহাকে প্রস্থ নির্দিষ্ট ভূজপরিমাণ দ্বারা গুণ করিবে, আর বহিবৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ আবশ্যক হইলে তালিকাদৃষ্টে উক্তবিধ রাশিকে প্রস্থে নির্দিষ্ট ভূজপরিমাণদ্বারা গুণ করিলেই উত্তর পাওয়া যাইবে ।

ভূজ সংখ্যা ও আকার	লম্বপরিমাণ অর্থাৎ অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ	বহিবৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ
৩ ত্রিভূজ	২৮৮৭	৫৭৭৩
৪ চতুর্ভূজ	৫০০০	৭০৭১
৫ পঞ্চভূজ	৬৮৮১২১	৮৫০৬
৬ ষড়্ভূজ	৮৬৬০২৫	১০০০০
৭ সপ্তভূজ	১০০৩৮২৬১	১১৫২৪
৮ অষ্টভূজ	১২০৭১০৭	১৩০৬৬
৯ নবভূজ	১৩৭৩৭৩৯	১৪৬১৯
১০ দশভূজ	১৫৩৮৮৪২	১৬১৮০
১১ একাদশভূজ	১৭০২৮৪৪	১৭৭৪৭
১২ দ্বাদশভূজ	১৮৬৬০২৫	১০৩১৯

উদাহরণ ।

১। একটা সম পঞ্চভূজের ভূজপরিমাণ ১২৫, উহার লম্বপরিমাণ কত ?

সমাহুপাতের নিয়মাহুসারে যে কোন সম পঞ্চভূজের :—

$$\text{ভূজ : লম্ব} :: ১ : ১ : ৬৮৮৮১৯১$$

$$\therefore ১২৫ : \text{লম্ব} :: ১ : ১ : ৬৮৮১৯১$$

$$\therefore \text{লম্ব} = ৬৮৮১৯১ \times ১২৫ = ৮৬০০২৪।$$

বিবিধ উদাহরণ ।

১। কথগ একটি সমকোণী ত্রিভুজ, ইহার শীর্ষস্থ ক কোণ সমকোণ ; ক কোন হইতে কগ (কর্ণ) ভূমির উপর কঘ লম্বপাত করা হইয়াছে ; এই প্রতিক্রিয়াতে খগ = ১৫ খক = ১২, খঘ রেখার পরিমাণ কত ? [প্রতিক্রিয়া অঙ্কিত কর] ।

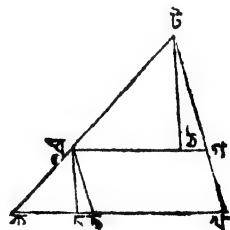
এই প্রশ্নে কথগ, ও ঘখক এই দুইটি ত্রিভুজ পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র । অতএব খগ : খক :: খক : খঘ ; অর্থাৎ ১৫ : ১২ :: ১২ : খঘ ;

$$\therefore \text{খঘ} = \frac{১২ \times ১২}{১৫} = \frac{১৪৪}{৫} = ২৮\frac{৪}{৫}$$

২। কথগঘ একটি ট্রাপিজিয়ড ক্ষেত্র, কথ, ও গঘ এই দুইটি সমান্তর ভূজের দূরত্ব ৩ ফুট ; কথ = ১০ ফুট ; ঘগ = ৬ ফুট ; কঘ এবং খগ বর্দ্ধিত হইয়া ট বিন্দুতে পরস্পর সংলগ্ন হইয়াছে ; ঘগ ঋজুরেখা হইতে ট বিন্দুতে লম্ব টানিলে উহার পরিমাণ কত হইবে ?

কথ ঋজুরেখাতে ঘচ লম্ব টান, এবং খগ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর ঘছ ঋজুরেখা টান । এক্ষণে খছ = গঘ = ৬ ফুট ; অতএব কছ = ১০ - ৬ = ৪ ফুট । আর, ঘচ = ৩ ফুট । আবার

কঘছ, এবং ঘটগ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ



∴ কছ : চঘ :: ঘগ : ইষ্ট দূরত্ব ; ∴ টঠ লম্ব =  $\frac{৩৪ \times ৬}{২} = ১০২$

৩। ৬ ফুট লম্বা একজন লোক ঠিক সোজা হইয়া দাঁড়াইয়া আছে, মাটিতে উহার ছায়া ৮ ফুট, ৬ ইঞ্চি দীর্ঘ হইয়া পড়িয়াছে, আর লোকটি যেখানে দণ্ডায়মান তাহার নিকট একটা ঝাউগাছ আছে, উহার ছায়া ৫৬ ফুট, ৮ ইঞ্চি লম্বা হইয়াছে ; ঝাউগাছটী কত ফুট উচ্চ ?

প্রশ্নানুসারে,

৮ ফুট, ৬ ইঞ্চি : ৫৬ ফুট, ৮ ইঞ্চি :: ৬ : ঝাউগাছের উচ্চতা।

অতএব  $৮\frac{৬}{১২} : ৫৬\frac{৮}{১২} :: ৬ : উচ্চতা$  ; ∴ ঝাউগাছের উচ্চতা =  $\frac{৮\frac{৬}{১২} \times ৬}{৫৬\frac{৮}{১২}} = ৮০$  ফুট।

৪। একটা সমবাহু ত্রিভুজের ভূজপরিমাণ ২ ফুট ৬ ইঞ্চি ; উহার উন্নতি কত ?

প্রশ্নানুসারে ত্রিভুজটী সমবাহু বলিয়া উহার শীর্ষকোণ হইতে পাতিত লম্ব ভূমিকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিতেছে। অতএব প্রত্যেক খণ্ড = ১ ফুট, ৩ ইঞ্চি ;

২ ফুট, ৬ ইঞ্চি = ৩০ ইঞ্চি ; ১ ফুট, ৩ ইঞ্চি = ১৫ ইঞ্চি ;  
∴ উন্নতি =  $\sqrt{\{(৩০)^2 - (১৫)^2\}} = \sqrt{(৯০০ - ২২৫)} = \sqrt{৬৭৫} = ২৫.৯৮$  ইঞ্চি।

৩ উদাহরণমালা।

১। যদি একটা বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ৫ ফুট হয়, এবং কর্ণের পরিমাণ ৭.৬৭১ ফুট হয়, তবে যে বর্গক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ৪ ফুট, তাহার ভূজপরিমাণ কত হইবে ?

উত্তর—২ ফুট ২০ ইঞ্চি।

২। চারি ফুট লম্বা একটা বাঁশের ছায়া যদি ৩ ফুট হয়,



তবে যে কীর্তিস্তম্ভের ছায়ার পরিমাণ ১৫১২ ফুট, তাহার উচ্চতা কত ?  
উত্তর—২০২ ফুট ।

৩। ১০ ফুট লম্বা একগাছি বস্তির ছায়া যদি ৭ ফুট হয়, তবে যে বাঁশের ছায়া ১৪০ ফুট, তাহার উচ্চতা কত ?  
উত্তর—২০০ ফুট ।

৪। ৩২ হাত দীর্ঘ মানুষ্যের ছায়া ৫৪ হাত, আর একটা বাটীর ছায়া ৪৫ হাত, বাটীটা কত উচ্চ ?  
উত্তর—৩০ হাত ।

৫। কথগ ত্রিভুজের অভ্যন্তরৈখ্যগ ভূজের সহিত সমান্তর ঘণ্ড ঋজুরেখা টানা হইয়াছে, ঘণ্ড রেখা কথ ভূজকে ঘ বিন্দুতে এবং কগ ভূজকে ও বিন্দুতে কাটিতেছে, কথ = ৫ ইঞ্চি, ঘণ্ড = ৪ ইঞ্চি, এবং কথ = ৭ ইঞ্চি ; খগ ভূমির পরিমাণ কত ?  
উত্তর—৫০৬ ইঞ্চি ।

৬। ৩ ফুট লম্বা একগাছি লাঠী সোজা করিয়া দাঁড় করান আছে, উহার ছায়া ৪ ফুট ৬ ইঞ্চি লম্বা হইয়াছে ; ৪৫ ফুট উচ্চ একটা বাঁশের ছায়া কত ফুট হইবে নির্ণয় কর ।  
উত্তর—৬৭২ ফুট ।

৭। একটা দেশ দীর্ঘে ৫০০ মাইল, যে গজে ১ মাইলের স্থলে ৬ ইঞ্চি ধরা হইয়াছে, এরূপ গজদ্বারা উক্ত দেশটা অঙ্কিত করিলে মানচিত্রের দৈর্ঘ্য কত হইবে ?  
উত্তর—৫ ফুট ২২ ইঞ্চি ।

৮। ৫ম অঙ্কে যদি খগ = ২০ ইঞ্চি, ঘণ্ড = ১৬ ইঞ্চি, এবং খঘ = ৩ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে খক ভূজের পরিমাণ কত হইবে ?  
উত্তর—৩০ ইঞ্চি ।

৯। উক্ত অঙ্কে যদি ঘণ্ড = ৭ হাত, খগ = ১০ হাত এবং খঘ = ২ হাত হয়, তাহা হইলে ঘক রেখার পরিমাণ কত হইবে ?  
উত্তর—৪৩ হাত ।

১০। একটি ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের দুইটি সমান্তর ভূজের পরিমাণ ৮ ফুট ও ১৪ ফুট, ক্ষেত্রটির মধ্য দিয়া উক্ত দুই সমান্তর ভূজের সহিত সমান্তর করিয়া আর দুইটি ঋজুরেখা এরূপে টানা হইয়াছে, যে চারিটি সমান্তর ঋজুরেখাই পরস্পর সমদূরবর্তী হইয়াছে ; ক্ষেত্রের অভ্যন্তরে যে দুইটি ঋজুরেখা টানা হইয়াছে, উহাদের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। উত্তর—১০ ফুট ও ১২ ফুট।

১১। ভূমি ৩ ফুট, এবং দুই ভূজ ক্রমশঃ ২৫ ও ৩৫ ফুট, এমন একটি ত্রিভুজ নির্দিষ্ট আছে, উহার লম্ব পরিমাণ নির্ণয় কর। উত্তর—২৪ ফুট ৬ ইঞ্চি।

১২। কোন সমবাহু অষ্টভুজাকার উদ্যানের প্রত্যেক ভূজের পরিমাণ ২০৩½ গজ, উহার পরস্পর অভিন্নখীন প্রত্যেক ভূজের মধ্যস্থান সংযোগ দ্বারা যে চারিটি পথ উৎপন্ন হইয়াছে, সেই চারিটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কত ? উত্তর—১২৬৫.১৫৮৮ গজ।

১৩। দুইটি বাঁশ পরস্পর ৫ হাত দূরে আছে, একটি ১৫ হস্ত উচ্চ, ও অপরটি ১০ হস্ত উচ্চ ; উভয়ের অগ্রভাগ সূত্রদ্বারা পরস্পরের মূলের সহিত সংযুক্ত করিলে, যে স্থলে সূত্রদ্বয়ের পরস্পর সম্পাত হইবে, তাহার উন্নতি কত ? উত্তর—৬ হাত।

১৪। ১০ হাত ও ১৫ হাত দীর্ঘ দুইটি বাঁশ খাড়া করা আছে, উভয়ের অগ্রভাগ সূত্রদ্বারা উভয়ের মূলের সহিত সংযোগ করিলে সম্পাতস্থলের উন্নতি কত হইবে ? উত্তর—৬ হাত।

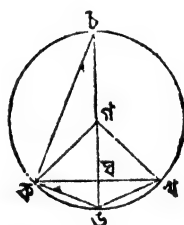
## তৃতীয় পরিচ্ছেদ ।

বৃত্তক্ষেত্রের রৈখিক পরিমাণ-জ্যা, পরিধি ও ব্যাস,  
এবং চাপ বা ধনু ।

প্রথম পাঠ—জ্যা ।

বৃত্ত পরিধির যে কোন অংশের নাম ধনু, ধনুর উভয় প্রান্তকে ঋজুরেখা দ্বারা সংযুক্ত করিলে ঐ ঋজুরেখাকে উক্ত ধনুর জ্যা কহে । পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতিতে কখ ঋজুরেখা কচখ ধনুর জ্যা, কিন্তু কখ ঋজুরেখা কঙখ ধনুর ও জ্যা ।

যদি কোন নির্দিষ্ট জ্যার সহিত সমকোণ করিয়া বৃত্তের ব্যাস টানা যায় তাহা হইলে জ্যা ও ধনু উভয়েই দুই সমান ভাগে বিভক্ত হইবে । মনে কর



গ বিন্দু কচখ বৃত্তের কেন্দ্র, আর কখ জ্যার উপর গঘ লম্ব টানা হইয়াছে, এবং গঘ ঋজুরেখা উভয় দিকে বর্দ্ধিত হইয়া পরিধি স্পর্শ করিয়াছে ; অর্থাৎ কখ জ্যার সহিত সমকোণ করিয়া চতু ব্যাস টানা হইয়াছে ; তাহা হইলে ঘ বিন্দু কখ জ্যার মধ্যবিন্দু, অর্থাৎ কঘ = ঘখ ; এবং ঙ বিন্দু কঙখ ধনুর মধ্যবিন্দু, অর্থাৎ কঙ ধনু বা ঙখ ধনু কঙগ ধনুর অর্দ্ধেক, আর কঙ বা ঙখ ঋজুরেখা কঙখ ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা । ব্যাসদ্বারা বৃত্ত দুই সমান খণ্ডে বিভক্ত হয়, কিন্তু ব্যাস দ্ব্যতীত যাবতীয় জ্যা

দ্বারা বৃত্তক্ষেত্র দুই বিষম খণ্ডে বিভক্ত হয়, জ্যাটিকে সচরাচর বৃত্তের খণ্ডদ্বয়ের মধ্যে ক্ষুদ্রতরের জ্যা বলা হইয়া থাকে, কিন্তু উহা প্রকৃতপ্রস্তাবে উভয়েরই জ্যা । ব্যাসকে জ্যা শব্দে নির্দেশ করা পদ্ধতি নহে । কোন জ্যার সহিত সমকোণ করিয়া বৃত্তের ব্যাস টানিলে ঐ ব্যাসের যে অংশটি নির্দিষ্ট জ্যা ও ধনু উভয়ের অন্তর্গত হয় তাহাকে নির্দিষ্ট ধনুর উন্নতি বা শর কহে । এই চিত্রে ঘণ্ড ঋজুরেখা কণ্ডখ, ধনুর উন্নতি বা শর, আর ঘচ ঋজুরেখা কচখ ধনুর জ্যা ।

বৃত্তের ব্যাস, ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি, ধনুর জ্যা ও ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা, এই চারিটি ঋজুরেখার পরস্পর একরূপ জ্যামিতিক সম্বন্ধ আছে, যে এই চারিটির মধ্যে দুইটি নির্দিষ্ট থাকিলে অপর দুইটি বাহির করিতে পারা যায় ।

উচ ঋজুরেখা কচখ ত্রিভুজের ব্যাস বলিয়া ওকচ কোণ একটী সমকোণ । ( ১ অধ্যায়—২ পরিচ্ছেদ—১৯ উপপাদ্য ) আর কখ জ্যা ও চণ্ড ব্যাস পরস্পরের লম্বস্বরূপ, অতএব ১ম অধ্যায় ২য় পরিচ্ছেদ ২৬ উপপাদ্য অনুসারে ওকচ ও ওঘক পরস্পর সদৃশ ত্রিভুজ, এই জন্য ওঘ: ওক:: ওক: ওচ ;

অর্থবা কণ্ডঘ ও খণ্ডঘ এই দুইটি ত্রিভুজ প্রত্যেকে সমকোণী ত্রিভুজ বলিয়া প্রত্যেকের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র প্রত্যেকের ভূজদ্বয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র দ্বয়ের সমষ্টির সহিত সমান । ( ১ অঃ—২ পং—১৬ উপ ) অতএব:—

$$( ১ ) ওঘ \times ওচ = ওক \times ওক, \text{ অর্থাৎ } ওক^2 = ওঘ \times ওচ ।$$

$$( ২ ) ওঘ \times ঘচ = কঘ \times ঘখ, \text{ অর্থাৎ } কঘ^2 = ওঘ \times ঘচ ;$$

( কারণ কঘ = ঘখ )

$$( ৩ ) ওক^2 = ওচ \times \frac{১}{২} \left\{ ওচ - \sqrt{(ওচ^2 - কঘ^2)} \right\}$$

নিম্নলিখিত যুক্তি অনুসারে এই তিনটি প্রতিজ্ঞার যথার্থ্য সপ্রমাণ হইবে ।

(১)  $উক^২ = উঘ \times উচ$  ; এস্থলে  $উক^২ = কঘ^২ + উঘ^২$  ;  
কিন্তু  $কঘ^২ = উঘ \times ঘচ$  ; অতএব  $উক^২ = উঘ \times ঘচ + উঘ^২ =$   
 $উঘ \times ( ঘচ + উঘ ) = উঘ \times উচ$  । (  $উচ = ঘচ + উঘ$  )

(২)  $কঘ^২ = উঘ \times ঘচ$  ; এস্থলে  $কঘ^২ = কগ^২ - গঘ^২ =$   
 $উগ^২ - গঘ^২ = ( উগ + গঘ ) ( উগ - গঘ ) = ঘচ \times উঘ$  । (  $উগ +$   
 $গঘ = ঘচ$  ; এবং  $উগ - গঘ = উঘ$  )

(৩)  $উক^২ = উচ \times \frac{১}{২} \left\{ উচ - \sqrt{উচ^২ - কখ^২} \right\}$  ; এস্থলে  
 $উঘ = কগ - গঘ = কগ - \frac{১}{২} ( কগ^২ - কঘ^২ ) = \frac{১}{২} \left\{ উচ - \right.$   
 $\left. \sqrt{উচ^২ - কখ^২} \right\}$  অতএব  $উক^২ = উচ \times \frac{১}{২} \left\{ উচ - \sqrt{উচ^২ - কখ^২} \right\}$

এই কয়েকটি প্রতিজ্ঞার সাহায্যে নিম্নলিখিত নিয়মগুলি উদ্ভাবিত হইতেছে ।

১ম । ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি, এবং উক্ত ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, বৃত্তটীর ব্যাস পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । নির্দিষ্ট ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার বর্গ করিয়া ঐ বর্গকে সমগ্র ধনুর নির্দিষ্ট শর অর্থাৎ উন্নতিদ্বারা ভাগ কর ; ভাগফল বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ হইবে ।

উদাহরণ ।

(১) কোন ধনুর শর ৪ ইঞ্চি, এবং ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ১২ ইঞ্চি ; সমগ্র বৃত্তটীর ব্যাস পরিমাণ নির্ণয় কর ।

অনুসারে চাপাঙ্কের জ্যার বর্গ  $= ১২ \times ১২$  ; অতএব সম-  
বৃত্তের ব্যাস  $= \frac{১২ \times ১২}{৪} = ৩৬$  । ∴ ব্যাস = ৩৬ ইঞ্চি ।

(২) ধনুর শর ১ ফুট ৪ ইঞ্চি, ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৪ ফুট ;  
বৃত্তের ব্যাস কত ?

নিয়মানুসারে  $\frac{৪ \times ৪}{১২} = ৪ \times ৪ \times \frac{১}{৩} = ১২$  ; অতএব ব্যাস ১২  
ফুট ।

উপরি উক্ত নিয়মের যুক্তি । উপরে যে তিনটি প্রতিজ্ঞা  
স্বত্রাকারে সংস্থাপিত হইয়াছে, সেই কয়েকটি বিশেষরূপে  
আয়ত্ত থাকিলে নিম্নলিখিত সমুদয় নিয়মের মন্ব বুঝা অতিশয়  
সহজ হইবে । ফলতঃ ঐ তিনটি স্বত্র অনুসারে এই পাঠের  
সমুদয় অঙ্কই কসিতে পারা যায় । নিয়মগুলি উক্ত স্বত্রত্রয়ের  
রূপান্তর মাত্র । প্রথম অঙ্কটি কিরূপে উক্ত স্বত্রের তাৎপর্য্যানু-  
সারে কসা যায় তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে ।

(১) ধনুর শর = ৪ ইঞ্চি, উহার অর্দ্ধেকের জ্যা = ১২ ইঞ্চি,  
সমগ্র বৃত্তটির ব্যাস কত ?

দ্বিতীয় প্রতিজ্ঞাটি এই ঙক<sup>২</sup> = ৬৪ × ৬৮, এস্থলে ঙক<sup>২</sup> =  
১২ × ১২ = ১৪৪ ; আর ৬৪ = ৪ ইঞ্চি সূত্রঃ ৬৮ =  $\frac{\text{ঙক}^২}{\text{ঙঘ}}$  অর্থাৎ  
ব্যাস =  $\frac{১২ \times ১২}{৪} = ৩৬$  ইঞ্চি । নিম্নে যতগুলি নিয়ম লিখিত  
হইবে, তৎসমুদয়গুলিই এই প্রকারে ব্যাখ্যাত হইতে পারিবে ।

২য় । ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা, এবং সমগ্র বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ  
নির্দিষ্ট আছে, ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ নির্ণয় করিতে  
হইবে ।

নিয়ম । ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার বর্গ করিয়া ঐ বর্গকে নির্দিষ্ট  
ব্যাসপরিমাণ দ্বাৰা ভাগ কর ; ভাগফল সমগ্র ধনুর শর অর্থাৎ  
উন্নতি হইবে । উদাহরণ ।

(১) ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ১২ ইঞ্চি, এবং সমগ্র বৃত্তের ব্যাস  
৩৬ ইঞ্চি, সমগ্র ধনুর শর বা উন্নতি কত হইবে ?

হুত্রানুসারে  $১২ \times ১২ = ১৪৪$  ; অতএব ব্যাসপরিমাণ = ৪ ইঞ্চি,

$$(\text{উক}^2 = \text{উঘ} \times \text{উচ})$$

(২) ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৪ ফুট, এবং সমগ্রবৃত্তের ব্যাস ১২ ফুট, সমগ্র ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি কত ?

হুত্রানুসারে  $৪ \times ১২ = ৪৮$  ; অতএব ধনুর শর = ১২ ফুট ।

$$(\text{উক}^2 = \text{উঘ} \times \text{উচ})$$

৩য় । ধনুর শরপরিমাণ ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । নির্দিষ্ট ব্যাসপরিমাণকে ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি-দ্বারা গুণ কর, এবং গুণফলের বর্গমূল নিষ্কাশন কর, এই বর্গমূল ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ হইবে ।

উদাহরণ ।

(১) ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি ৪ ইঞ্চি, ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাস ৩৬ ইঞ্চি, ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ কত ?

হুত্রানুসারে  $৩৬ \times ৪ = ১৪৪$  ;  $\sqrt{১৪৪} = ১২$  ; অতএব ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা = ১২ ইঞ্চি ।

$$(\text{উক}^2 = \text{উঘ} \times \text{উচ})$$

(২) ধনুর শর ১২ ফুট, ও বৃত্তের ব্যাস ১২ ফুট, ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা কত ?

হুত্রানুসারে  $১২ \times ১২ = ১৪৪$  ;  $\sqrt{১৪৪} = ১২$  ; অতএব ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা = ৪ ফুট ।

৪র্থ । ধনুর জ্যাপরিমাণ, ও উন্নতি বা শর নির্দিষ্ট আছে, সমগ্র বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । নির্দিষ্ট জ্যার অর্দ্ধেকের বর্গকে জ্যার শর অর্থাৎ উন্নতি দ্বারা ভাগ কর, ভাগফল আবশ্যিক ব্যাসের অবশিষ্ট অংশ

হইবে, অতএব উক্ত ভাগফল ও নির্দিষ্ট শর এই উভয় একত্র যোগ করিলে সমষ্টি সমগ্র ব্যাসের পরিমাণ হইবে ।

বুক্তি,  $কঘ^২ = ওঘ \times ঘচ$ ,  $কঘ = \text{ধনুর জ্যার অর্দ্ধেক}$  ।  
 $ওঘ = \text{ধনুর শর}$ ;  $ঘচ = \text{ব্যাস} - \text{শর}$  । অতএব ব্যাস অর্থাৎ  

$$কঘ^২ = \frac{ওঘ}{চঘ} + চঘ ।$$

উদাহরণ ।

(১) ধনুর জ্যা ৮ ফুট; ধনুর শর ২ ফুট; বৃত্তের ব্যাস কত ?  
 নিয়মানুসারে জ্যার অর্দ্ধেক = ৪,  $\therefore \frac{৪^২}{২} = ৮$ ; অতএব  
 $\text{ব্যাস} - \text{ধনু} = ৮$ ;  $\therefore \text{ব্যাস} = ৮ + ২ = ১০$  ফুট ।

(২) জ্যা = ২১ ফুট; জ্যার উন্নতি = ৪ ফুট; বৃত্তের ব্যাস  
 কত ?

নিয়মানুসারে জ্যার অর্দ্ধেক =  $১০\frac{১}{২} = ১০.৫$ ;  $\therefore \frac{১০.৫^২}{৪} =$   
 $১৭.৫৬২৫$ ;  $= \text{ব্যাস} - \text{শর}$  ।  $\therefore \text{ব্যাস} = ১৭.৫৬২৫ + ৪ = ২১.৫৬২৫$

মে। ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি এবং বৃত্তের ব্যাস নির্দিষ্ট  
 আছে, ধনুর জ্যা পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । জ্যাহারা বৃত্তের ব্যাস যে দুই অংশে বিভক্ত হই-  
 তেছে, অর্থাৎ ধনুর উন্নতি ও ব্যাসের অবশিষ্ট অংশ এই উভয়কে  
 পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলকে বর্গমূল নিষ্কাশন কর । বর্গমূলের  
 দ্বিগুণ করিলে অতীষ্ট জ্যার পরিমাণ পাওয়া যাইবে ।

উদাহরণ ।

(১) জ্যার উন্নতি ৯ ফুট, এবং বৃত্তের ব্যাস ২৫ ফুট; জ্যার  
 পরিমাণ কত ?

$ওঘ \times ঘচ = কঘ^২$ ; এস্থলে  $ওঘ = ৯$ ,  $ওচ = ২৫$ ;

$\therefore ঘচ = ওচ - ওঘ = ২৫ - ৯ = ১৬$ ;



$$\therefore \text{কঘ, অর্থাৎ জ্যার অর্ধ} = \sqrt{(\text{উঘ} \times \text{ঘচ})} = \sqrt{(৯ \times ১৬)} \\ = \sqrt{(১৪৪)} = ১২$$

$$\therefore \text{উচ অর্থাৎ ব্যাস} = ২ \text{ কঘ} = ২ \times ১২ = ২৪ ।$$

(২) জ্যার উন্নতি ২ ফুট, এবং বৃত্তের ব্যাস ৫২ ফুট ; জ্যার পরিমাণ কত ?

$$\text{উঘ} \times \text{ঘচ} = \text{কঘ}^2 ; \text{উঘ} = ২, \text{ঘচ} = ৫২ - ২ = ৫০ ;$$

$$\therefore \text{কঘ} = \sqrt{(২ \times ৫০)} = \sqrt{(১০০)} = ১০ ; \therefore \text{জ্যা} = ২ \times ১০ = ২০$$

৬ষ্ঠ । ধনুর জ্যা ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাস, এই উভয়ের পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে ; ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । নির্দিষ্ট ব্যাসের অর্ধেকের বর্গ হইতে নির্দিষ্ট জ্যার অর্ধেকের বর্গ বাদ দেও ; বাদ দিয়া যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহার বর্গ মূলকে ব্যাসার্ধ হইতে বাদ দেও, যাহা অবশিষ্ট থাকিবে তাহাই নির্ণেয় উন্নতি ।

যুক্তি । এই পরিচ্ছেদের আরম্ভে যে প্রতিকৃতি আছে,

$$\text{তাহা দেখ । এই স্থলে কগ} = \frac{\text{ব্যাস}}{২}, \text{এবং কঘ} = \frac{\text{জ্যা}}{২}; \text{কিন্তু}$$

ব্যাস ও জ্যা জানা আছে, সুতরাং কগ ও কঘ এই দুইটাও জানা আছে । এক্ষণে কগঘ সমকোণী ত্রিভুজে  
 $\text{কঘ}^2 = \text{কগ}^2 - \text{কঘ}^2 ; = (\text{কগ} + \text{কঘ})(\text{কগ} - \text{কঘ}) ;$

$$\text{গঘ} = \sqrt{(\text{কগ} + \text{কঘ})(\text{কগ} - \text{কঘ})} ; \therefore \text{উঘ} = \frac{\text{উচ}}{\text{ব্যাস}} \text{গঘ} = \frac{\text{উচ}}{২} \times \sqrt{(\text{কগ} \times \text{কঘ})(\text{কগ} - \text{কঘ})},$$

উদাহরণ'।

(১) জ্যা ২৪ ফুট, ও ব্যাস ২৫ ফুট ; ধনুর উন্নতি কত ? এস্থলে  
কর্গ = ১২½ ফুট, ও কঘ = ১২ ফুট ।

∴ (১২½ + ১২) (১২½ - ১২) = ২৪½ × ½ = ১২½ ;  $\sqrt{12\frac{1}{2}} = 3\frac{1}{2} = ৩½$  ;  
১২½ - ৩½ = ৯ ; ∴ ওঘ অর্থাৎ উন্নতি = ৯ ফুট ।

(২) জ্যা = ২০ ফুট, ব্যাস = ৫২ ফুট, ক্ষুদ্রতর ও বৃহত্তর প্রত্যেক  
প্রকারের ধনুর উন্নতি কত ?

এস্থলে কঘ = ১০ ফুট, কর্গ = ২৬ ফুট ; অতএর  
(২৬ + ১০) (২৬ - ১০) = ৩৬ × ১৬ = ৫৭৬ ;  $\sqrt{576} = ২৪$  ;

∴ গঘ = ২৪ ; ∴ ওঘ = ২৬ - ২৪ = ২ ; অতএব ক্ষুদ্রতর  
ধনুর উন্নতি = ২ ফুট ।

আর বৃহত্তর ধনুর উন্নতি =  $\frac{\text{ব্যাস}}{২} + \text{গঘ} = ২৬ + ২৪ =$

৫০ ফুট ।

৭ম । ধনুর জ্যা ও বৃত্তের ব্যাস, এই উভয়ের পরিমাণ  
নির্দিষ্ট আছে ; ধনুর অর্ধেকের জ্যার পরিমাণ নির্ণয় করিতে  
হইবে ।

নিয়ম । (ক) ৬ষ্ঠ নিয়ম অনুসারে ধনুর উন্নতি নির্ণয় কর,  
পরে নির্দিষ্ট জ্যার অর্ধেকের বর্গ ও ধনুর বর্গ এই উভয় পরস্পর  
সংযোগ কর, করিয়া সমষ্টির বর্গমূল নিকাশন কর । ঐ বর্গমূল  
নির্ণয়ে রাশি অর্থাৎ ধনুর অর্ধেকের জ্যা হইবে ।

(খ) নিয়মানুসারে ব্যাসের বর্গ হইতে জ্যার বর্গ অন্তর কর,  
করিয়া যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহার বর্গমূলকে ব্যাস হইতে  
অন্তর কর, এবং যাহা অবশিষ্ট থাকিবে তাহার অর্ধেককে ব্যাস  
দ্বারা গুণ কর, এবং গুণফলের বর্গমূল নিকাশন কর, ঐ বর্গমূল  
অভীষ্ট রাশি হইবে ।

উদাহরণ ।

(১) জ্যার পরিমাণ ১৪ ইঞ্চি, বৃত্তের ব্যাস ৫০ ইঞ্চি ; ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা পরিমাণ কত ?

এস্থলে  $কগ = ২৫$  ;  $কঘ = ৭$  ; অতএব সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে  $গঘ = ২৪$ ,  $\therefore$   $ঙঘ = ২৫ - ২৪ = ১ =$  ধনুর উন্নতি ; অতএব নিয়মানুসারে  $কঙ = \sqrt{(৭^২ + ১^২)} = \sqrt{(৫০)} = ৭.০৭১০$  ; [৪ দশমিক স্থান পর্য্যন্ত]

(২) ধনুর জ্যা = ২০ ফুট, বৃত্তের ব্যাস = ৫২ ফুট ; ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা কত ?

এস্থলে  $কঘ = ১০$  ;  $ঙঘ = ২$ , [৬ষ্ঠ নিয়মানুসারে]  
 $\therefore$   $কঙ^২ = ১০^২ + ২^২ = ১০০ + ৪ = ১০৪$  ;  $\therefore$   $কঙ = 1$   
 $[১০৪ = ১০.১৯৪$  ;  $\therefore$  নির্ণেয় জ্যা =  $১০.১৯৪$ .

অথবা (খ) নিয়ম অনুসারে ।

$ঙক^২ = ঙচ \times ২$  ;  $ঙচ = \sqrt{(ঙঘ^২ - কঘ^২)}$  ;

অর্থাৎ  $ঙক^২ = ৫২ = ২$  (৫২ - ৪৮) - ১০৪  $\therefore$   $ঙক = ১০.১৯৮$

৮ম । ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ ও বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, সমগ্র ধনুর জ্যা পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । প্রথমতঃ দ্বিতীয় নিয়ম অনুসারে ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ নির্ণয় কর, পরে সমকোণী ত্রিভুজের নিয়ম অনুসারে সমগ্র ধনুর জ্যার অর্দ্ধেক নির্ণীত হইবে । ইহাকে দ্বিগুণ করিলেই সমগ্র ধনুর জ্যা পাওয়া যাইবে ।

উদাহরণ ।

(১) একটি ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ১২ ইঞ্চি, ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাস ৩৬ ইঞ্চি, সমগ্র ধনুর জ্যা পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

এস্থলে  $কঙ = ১২$  ;  $ঙচ = ৩৬$  ; দ্বিতীয় নিয়মানুসারে শর  $ঙঘ = \frac{১২ \times ৩৬}{৫২} = ৪$  ;  $\therefore$   $কঘ^২ = কঙ^২ - ঙঘ^২ = ১২^২ - ৪^২ = ১৪৪ -$

$১৬=১২৮$  ;  $\therefore$  কঘ= $\sqrt{(১২৮)}=১১.৩১৪$  ;  $\therefore$  কখ= $২ \times ১১.৩১৪=২২.৬২৮$  ।

(২) ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ১৩৬ ইঞ্চি, ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাস ২৮৯ ইঞ্চি ; সমগ্র ধনুর জ্যার পরিমাণ কত ?

কঙ=১৩৬ ; ঙচ=২৮৯ ;  $\therefore$  ঙঘ= $\frac{১৩৬^2}{২৮৯}=৬৪$  ;  
শর । আবার কঘ<sup>২</sup>=কঙ<sup>২</sup>—ঙঘ<sup>২</sup>=১৩৬<sup>২</sup>—৬৪<sup>২</sup>=১৪৪০০ ;  
 $\therefore$  কঘ= $\sqrt{(১৪৪০০)}=১২০$  ;  $\therefore$  জ্যা=২ কঘ=১২০ $\times$ ২=২৪০ ।

৯ম । ধনুর জ্যা, ও ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা এই উভয়ের পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে ; সমগ্র বৃত্তের ব্যাস পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । প্রথমতঃ সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে নির্দিষ্ট ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ নির্ণয় কর ; পরে এই পরিচ্ছেদের প্রথম নিয়মানুসারে সমগ্র বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্ণয় কর ।

উদাহরণ ।

(১) ধনুর জ্যা ৪৮ ইঞ্চি, ও ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ২৬ ইঞ্চি, বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর ।

এস্থলে কঘ=২৪ ; কঙ=২৬ ; অতএব ঙঘ<sup>২</sup>=কঙ<sup>২</sup>—কঘ<sup>২</sup>  
= $২৬^২-২৪^২=৬৭৬-৫৭৬$  ;  $\therefore$  ঙঘ= $\sqrt{(১০০)}=১০$  ;

কঙ<sup>২</sup>    ২৬<sup>২</sup>    ৬৭৬

পরে প্রথম নিয়মানুসারে ব্যাস ঙচ= $\frac{২৬^২}{১০}=\frac{৬৭৬}{১০}$

=৬৭.৬ ইঞ্চি ।

(২) ধনুর জ্যা ২০ ইঞ্চি, উহার অর্দ্ধেকের জ্যা ১০.৫ ইঞ্চি, সমগ্র বৃত্তের ব্যাস কত ?

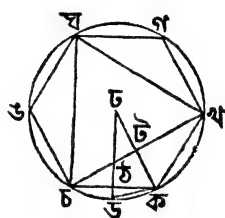
এস্থলে কঘ = ১০, কঙ = ১০০.৫ ; সমকোণী ত্রিভুজের নিয়-  
মামুসারে  $গঘ = \sqrt{(১০০.২৫)} = ৩.২০১৫$  ; পরে  $গচ = \frac{৩.৫ \times ৩.৫}{৩.৫} = ৩৪.৮৩৭$  ; নির্ণয় ব্যাস = ৩৪.৮৩৭ ইঞ্চি ।

### বিবিধ উদাহরণ ।

১। বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজের ভূজপরিমাণ নির্ণয় কর ।

একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর ।

যদি প্রত্যেককে বৃত্তের ব্যাসার্ধের সহিত সমান করিয়া থাক, খগ, গঘ প্রভৃতি জ্যা অঙ্কিত করা যায়, তাহা হইলে দেখিতে পাওয়া যাইবে, যে সমগ্র পরিধিতে এইরূপ ছয়টি মাত্র জ্যা টানা যাইতে পারে, অর্থাৎ



বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সম বড় ভূজ ক্ষেত্রের প্রত্যেক ভূজ বৃত্তের ব্যাসার্ধের সহিত সমান হইবে ।

চখ, খঘ, ও ঘচ এই তিনটি ঋজুরেখা টান । ঘচখ একটি সমবাহু ত্রিভুজ হইবে । মনে কর বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১ ইঞ্চি পরিমাণ । চখ ভূজের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

মনে কর চ বিন্দু বৃত্তের কেন্দ্র । চক ঋজুরেখা টান, চক রেখা চখ রেখাকে ট বিন্দুতে ছেদ করিতেছে ।

কচ = ১ (৮ম নিয়ম) ; অতএব খচ =  $\frac{১}{৪} = \frac{১}{৪} \times \frac{১}{৩}$  ; অতএব খচ =  $\frac{১}{৩}$  ; সাত দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ধরিলে খচ = ১.৭৩২০৫০৮ ; অতএব বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজের ভূজ = ১.৭৩২০৫০৮ ।

২। বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সম দ্বাদশভুজ ক্ষেত্রের ভুজ পরিমাণ কত ?

উপরিস্থ প্রতিকৃতিতে মনে কর চা ঋজুরেখা কচ ঋজুরেখার লম্বস্বরূপ। চা ঋজুরেখাকে বর্দ্ধিত করিয়া ড বিন্দুতে পরিধির সহিত মিশাইয়া দেও। কড সংযুক্ত কর, তাহা হইলে কড ঋজুরেখা উল্লিখিত প্রকার দ্বাদশভুজের অন্যতম ভুজ হইবে। ৭ম নিয়ম অনুসারে =  $\text{কচ} = \frac{১}{২}$ ;  $\text{চক} = ১$ ;  $\therefore \text{চা} = \frac{১}{২} \times \sqrt{৩} = ০.৮৬৬০২৫৪$ ;  $\therefore \text{চাড} = ০.১৩৩৯৭৪৬$ । অতএব কড =  $\sqrt{(০.২৬৭৯৪৯২)} = ০.৫১৭৬৪$ ।

অতএব বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সম দ্বাদশভুজের ভুজপরিমাণ = ৫.১৭৬৪ ইঞ্চি।

### ৪ উদাহরণমালা ।

১। ধনুর শর ১৫ ইঞ্চি, ও ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৪ ফুট, ৬ ইঞ্চি; বৃত্তের ব্যাস কত ? (উত্তর ১৬.২ ফুট)

২। শর ২.২৮ ফুট, আর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৭.১৫ ফুট, বৃত্তের ব্যাস পরিমাণ কত ? (উত্তর ২৫.৯৮ ইঞ্চি)

৩। ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৬৪৩ ফুট, আর বৃত্তের ব্যাস ২৩.৬৫ ফুট, ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি কত ? (উত্তর ৫৬ ইঞ্চি)

৪। শর ১ ফুট ৩ ইঞ্চি, ও ব্যাস ১১ ফুট ৩ ইঞ্চি; ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা কত ? (উত্তর ৩ ফুট, ৯ ইঞ্চি)

৫। জ্যা ২০ ফুট, ও শর ৪ ফুট; ব্যাস পরিমাণ কত ?

(উত্তর ২৯ ফুট)

৬। জ্যা ১৫ ইঞ্চি, ও ব্যাস ২০ ইঞ্চি; ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা কত ? (উত্তর ৮.২৩)

৭। ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ২ ফুট ৬ ইঞ্চি, বৃত্তের ব্যাস ৪ ফুট ২ ইঞ্চি ; সমগ্র ধনুর জ্যা কত হইবে ? (উত্তর ৪ ফুট)

৮। সমগ্র ধনুর জ্যা ১২ গজ, আর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ১২ ফুট ৬ ইঞ্চি ; বৃত্তের ব্যাস কত ? (উত্তর ৫০.৭ ফুট)

৯। ধনুর জ্যা ৫৪, ও শর ১২ ; ব্যাস কত হইবে ? (উত্তর ৭২ $\frac{1}{2}$ )

১০। ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি ৩ ইঞ্চি, আর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৬ ইঞ্চি ; সমগ্র ধনুর জ্যা পরিমাণ কত ? (উত্তর ১০.৩৯২৩)

১১। জ্যা ৪২, শর ৩২ ; বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধি কত ? (উত্তর ৬৪ $\frac{1}{2}$ )

১২। কোন বৃত্তের ব্যাস ১১৩, আর ধনুর জ্যা ১৫ ; উক্ত ধনুর দ্বিগুণের জ্যা কত হইবে ? (উত্তর ২৯ $\frac{1}{2}$ )

১৩। বৃত্তের ব্যাস ১১০.৮, আর উহার পরিধি ৪৬ পরিমিত একটি জ্যা দ্বারা দুইটি ধনুতে বিভক্ত হইয়াছে ; ক্ষুদ্রতর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা কত ? (উত্তর ২৩.৫৩৭২)

১৪। ৭২০ পরিমিত একটি জ্যা দ্বারা কোন বৃত্তের পরিধি দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে উহার ব্যাস ১৬৮১ ; ক্ষুদ্রতর ধনুর উন্নতি, ও বৃহত্তর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা নির্ণয় কর ।

(উত্তর—শর ৮১, ও জ্যা ১৬৪০)

১৫। ব্যাস ১৬৯ এরূপ একটি বৃত্তের পরিধি ১২০ পরিমিত একটি জ্যা দ্বারা দুই ভাগে বিভক্ত হইয়াছে ; ক্ষুদ্রতর ধনুর চতুর্থাংশের জ্যা কত হইবে ? (উত্তর ৩৩.১৪৩৬)

দ্বিতীয় পাঠ—পরিধি ও ব্যাস ।

বৃত্তের ব্যাস ও পরিধি এই উভয়ের পরস্পর অনুপাত অর্থাৎ সম্বন্ধ সংখ্যা দ্বারা অবিকল প্রকাশ করা যায় না, যতই চেষ্টা

করা যায় আঁমাদের ব্যবহৃত সংখ্যা ক্রমে ক্রমে প্রকৃত সংখ্যার দিকে ধাবমান হইয়া উহার প্রত্যাসন্ন হইতে পারে, কিন্তু কখনই উহার সহিত একীভূত হইতে পারে না, সর্বদাই প্রকৃত সংখ্যা অপেক্ষা কিঞ্চিৎ নূন বা কিঞ্চিৎ অধিক থাকে। ব্যাস ও পরিধির পরস্পর অনুপাত সম্বন্ধে এই তথ্যটি পাঠার্থীর পক্ষে বিশেষরূপে বুঝিয়া রাখা নিতান্ত আবশ্যক। ব্যাস ও পরিধির পরস্পর সম্বন্ধনিম্নলিখিত প্রকারে প্রকাশ করা যাইতে পারে।

২২ এই রাশির সহিত ৭ এই রাশির যে অনুপাত, প্রত্যেক বৃত্তের পরিধির সহিত উহার ব্যাসের প্রায় সেই অনুপাত। উভয়ের পরস্পর অনুপাত প্রকৃত সংখ্যার আরও অধিক নিকটে পৌছিবার প্রয়োজন হইলে অনুপাতটি এইরূপে প্রকাশ করা উচিত। যথা :—৩.১৪১৬ এই রাশির সহিত, ১ এই রাশির যে অনুপাত, অথবা ৩৫৫ এই রাশির সহিত, ১১৩ এই রাশির যে সম্বন্ধ, অথবা ৩.১৪১৫৯২৬৫ এই রাশির সহিত ১ এই রাশির যে সম্বন্ধ, বৃত্তক্ষেত্রের পরিধির সহিত উহার ব্যাসের প্রায় সেই সম্বন্ধ। অনুপাতের আকারে প্রকাশ করিতে হইলে ব্যাস ও পরিধির পরস্পর অনুপাত নিম্নলিখিতরূপে প্রকাশ করিতে হইবে। মনে কর ব্যাস = ব ; ও পরিধি = প ; তাহা হইলে  $ব : প :: ৭ : ২২$  ; অথবা  $ব : প :: ১ : ৩.১৪১৬$  ; অথবা  $ব : প :: ১১৩ : ৩৫৫$  ; অথবা  $ব : প :: ১ : ৩.১৪১৫৯২৬৫$  । কার্যের সময়  $ব : প :: ১ : ৩.১৪১৬$  এই অনুপাতটাই সর্বদা ব্যবহৃত হইয়া থাকে, এবং ইহাতে কলবিষয়ে অতিরিক্ত নূনাধিক্য হয় না।

কি হেতু উপরি উক্ত প্রকারে ব্যাস ও পরিধির পরস্পর অনুপাত প্রকাশ করা যায়, এবং কি প্রক্রিয়া অনুসারেই বা



উক্ত অনুপাত পাওয়া গিয়াছে, এই দুইটা বিষয় স্ক্রুসুয়ারমতি পাঠার্থীদিগের হৃদয়ঙ্গম করা সহজ কার্য্য নহে । নিম্নে যথাসম্ভব চেষ্টা করা যাইতেছে ।

মনে কর একটা বৃত্তের অভ্যন্তরে একটা সমবাহু ষড়্ভুজ অঙ্কিত করা হইল । পূর্বে সপ্রমাণ হইয়াছে যে বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সমবাহু ষড়্ভুজের প্রত্যেক বাহু উহার ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান । যদি বৃত্তের ব্যাসকে ২ মনে করা যায়, তাহা হইলে উক্তরূপে ষড়্ভুজের বাহু, অর্থাৎ বৃত্তের পরিধির ষষ্ঠাংশ ১ হইবে । যদি উক্ত বৃত্তের অভ্যন্তরে একটা সমবাহু দ্বাদশভুজ অঙ্কিত করা যায়, তাহা হইলে উহার বাহু ও পরিধির ষষ্ঠাংশের অর্দ্ধেক অর্থাৎ দ্বাদশাংশের জ্যা ১ম পাঠের ৩ সূত্রানুসারে . নির্ণয় করিতে পারা যায়—সূত্রটি এই  $জ^২ = ব \times ২[ব - \sqrt{ব^২ - জ^২}]$  এই সূত্রে “জ” বলিতে নির্ণেয় জ্যা, অর্থাৎ বৃত্তের জ্যার ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা, আর “ব” বলিতে বৃত্তের ধনুর জ্যা অর্থাৎ পরিধির ষষ্ঠাংশের জ্যা, যাহা বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান, অথবা উল্লিখিত সূত্র দ্বারা নির্ণীত ইহার স্থানীয় অন্ত্যান্ত জ্যা, ও “ব” বলিতে বৃত্তের ব্যাস । যদি ব্যাস ২ হয়, তাহা হইলে সূত্রটি এইরূপ হইবে, যথাঃ— $জ^২ = ২ - \sqrt{৪ - জ^২}$  ; এক্ষণে যদি বৃত্তপরিধির ষষ্ঠাংশের জ্যা ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান বলিয়া ১ হয়, তাহা হইলে সূত্রানুসারে পরিধির দ্বাদশাংশের জ্যা  $\sqrt{২ - \sqrt{৩}}$  হইবে, আবার এই রাশিকে “জ” ধরিলে পরিধির ২৪শ অংশ  $\sqrt{২ - \sqrt{২} \times \sqrt{৩}}$  হইবে । এইরূপে প্রত্যেক নির্ণীত জ্যার ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা বাহির করা যাইতে পারে । এইরূপে ক্রমাগত ধনুকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করিয়া এক অংশের

জ্যা নির্ণয় করিতে থাকিলে জ্যার পরিমাণগুলি ক্রমশঃ উহাদের ধনুর পরিমাণের সহিত প্রায় সমান হইতে থাকিবে, অর্থাৎ এইরূপে অগ্রসর হইতে থাকিলে ক্রমশঃ দেখিতে পাওয়া যাইবে যে, যে রাশিদ্বারা কোন অতি ক্ষুদ্র ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা প্রকাশিত হয়, উহা যে রাশিদ্বারা উক্ত সমগ্র ধনুর জ্যা পরিমাণ প্রকাশিত হয়, তাহার অর্দ্ধেকের সহিত প্রায় সমান হইতে থাকিবে । নিম্নলিখিত তালিকা দেখিলে এই বিষয়টা বুঝিতে পারা যাইবে ।

যদি ব্যাসার্ধ ১ হয়, তাহা হইলে নিম্নলিখিত জ্যা গুলি নিম্নলিখিত প্রকার হইবে ।

পরিধির	৬	ভাগের	১	ভাগের	জ্যা	...	১.০০০০০০০০০০০০
"	১২	"	"	"	"	...	.৫১৭৬৩৮০৯০২০
"	২৪	"	"	"	"	...	.২৬১০৫২৩৮৪৪৪
"	৪৮	"	"	"	"	...	.১৩০৮০৬২৫৮৪৬
"	৯৬	"	"	"	"	...	.০৬৫৪৩৮১৬৫৬৪
"	১৯২	"	"	"	"	...	.০৩২৭২৩৪৬৩২৫
"	৩৮৪	"	"	"	"	...	.০১৬৩৬২২৭৯২১
"	৭৬৮	"	"	"	"	...	.০০৮১৮১২০৮০৫
"	১৫৩৬	"	"	"	"	...	.০০৪০৯০৬১২৫৮
"	৩০৭২	"	"	"	"	...	.০০২০৪৫৩০৭৩৬
"	৬১৪৪	"	"	"	"	...	.০০১০২২৬৫৩৮১
"	১২২৮৮	"	"	"	"	...	.০০০৫১১৩২৬৯২
"	২৪৫৭৬	"	"	"	"	...	.০০০২৫৫৬৬৩৪৬

এই তালিকার সর্বশেষের জ্যার পরিমাণবাচী রাশিটা একাদশ দশমিক স্থান পর্য্যন্ত উহার পূর্ববর্তী জ্যার অর্দ্ধেকের সহিত সমান ইহা স্পষ্টই দেখা যাইতেছে, অতএব এরূপ নির্দেশ করা যাইতে পারে যে, যদি বৃত্তের ব্যাস ২ হয় তাহা হইলে উহার পরিধির ২৪৫৭৬ ভাগের এক ভাগ অর্থাৎ বৃত্তের ২৪৫৭৬ ভাগের ১ ভাগ পরিমিত ধনু দৈর্ঘ্যে একাদশ দশমিক স্থান পর্য্যন্ত উক্ত

ধনুর জ্যার সহিত সমান হইবে । অতএব ব্যাস ২ হইলে পরি-  
ধির ২৪৫৭৬ ভাগের ১ ভাগ =  $০.০০০২৫৫৬৬৩৪৬$  ; অতএব  
সমগ্র পরিধি =  $২৪৫৭৬ \times ০.০০০২৫৫৬৬৩৭ = ৬.২৮৩১৮৫২$  ।  
অতএব যদি বৃত্তের ব্যাস ১ হয়, তাহা হইলে, উহার পরিধি  
 $৬.২৮৩১৮৫$  অর্থাৎ  $৩.১৪১৫৯২৬$  হইবে । উপসংহারে সমুদয়  
বৃত্তক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ বলিয়া সাধারণ্যে এরূপ নির্দেশ করা  
যাইতে পারে যে, বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি উহার ব্যাসের  $৩.১৪১৫৯২৬$   
গুণ অর্থাৎ পরিধি = ব্যাস  $\times ৩.১৪১৫৯২৬$  । নিম্নলিখিত নিয়মগুলি  
এই বুক্তি অনুসারে কল্পিত হইয়াছে ।

১। বৃত্তের ব্যাস পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, উহার পরিধির  
পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । নির্দিষ্ট ব্যাসপরিমাণকে  $৩\frac{১}{২}$  অর্থাৎ  $\frac{৭}{২}$  দিয়া গুণ  
কর, করিলে গুণফল বৃত্তের পরিধিপরিমাণ হইবে । [ ব্যাসকে  
 $\frac{৭}{২}$  দিয়া গুণ করিতে হইলে উহাকে ২২ দিয়া গুণ করিয়া গুণ-  
ফলকে ৭ দিয়া ভাগ দিতে হয় ] এই নিয়ম অনুসারে প্রক্রিয়া  
করিলে যে ফল পাওয়া যাইবে, উহা পরিধির প্রকৃত পরিমাণ  
অপেক্ষা কিঞ্চিৎ অধিক, কারণ বৃত্তের পরিধি উহার ব্যাসের  
 $৩\frac{১}{২}$  অপেক্ষা কিঞ্চিৎ অধিক, এবং  $৩\frac{১}{২}$  অপেক্ষা কিঞ্চিৎ ন্যূন ।  
অতএব গণনায় অধিকতর সূক্ষ্মতার প্রয়োজন হইলে নির্দিষ্ট  
ব্যাসপরিমাণকে  $৩.১৪১৬$  দিয়া গুণ কর, করিলে গুণফল অতীষ্ট  
পরিধি হইবে । ( ইহাতে ও পরিধির অবিকল পরিমাণ পাওয়া  
যাইবে না, তবে যাহা ভুল থাকিবে তাহা অতি যৎসামান্য ;  
ফলে ১৯০০ মাইলে ১ ফুট অপেক্ষা ভুল হইবে না । )

উদাহরণ ।

[১] একটা বৃত্তের ব্যাস ৪ ফুট ১ ইঞ্চি ; উহার পরিধি কত হইবে ?

৪ ফুট ১ ইঞ্চি = ৪৯ ইঞ্চি ; অতএব সূত্রানুসারে পরিধি  
 =  $৪৯ \times \frac{২২}{৭} = ৭ \times ২২ = ১৫৪$  ইঞ্চি = ১২ ফুট ১০ ইঞ্চি ।

আবার গণনায় অধিকতর সূক্ষ্মতা আবশ্যক হইলে পরিধি =  
 $৪৯ \times ৩.১৪১৬ = ১৫৩.৯৩৮৪$  ইঞ্চি = ১২ ফুট ৯.৯৩৮৪ ইঞ্চি ।

( ২ ) কোন বৃত্তের ব্যাস ৪.২৫৬ ফুট ; উহার পরিধি কত ?  
 নিম্নানুসারে পরিধি =  $৪.২৫৬ \times \frac{২২}{৭}$  অতএব

$$\begin{array}{r}
 ৪.২৫৬ \\
 \times ২২ \\
 \hline
 ৮৫১২ \therefore \text{পরিধি} = \text{প্রায় } ১৩.৩৭৬ \text{ ফুট।} \\
 ৮৫১২ \\
 \hline
 ৭) ৯৩.৬৩২ \\
 \hline
 ১৩.৩৭৬
 \end{array}$$

আবার গণনার অধিকতর সূক্ষ্মতার প্রয়োজন হইলে পরিধি  
 =  $৪.২৫৬ \times ৩.১৪১৬ = ১৩.৩৭০৭৪৯৬$  ফুট ।

( ৩ ) বৃত্তের ব্যাস ৪২.৭ ফুট, পরিধির পরিমাণ কত  
 হইবে

$$\begin{array}{r}
 ৩.১৪১৬ \\
 \times ৪২.৭ \\
 \hline
 ২১৯৯১২ \\
 ৬২৮৩২ \\
 ১২৫৬৬৪ \\
 \hline
 ১৩৪.১৪৫৩২
 \end{array}$$

অতএব পরিধি = প্রায় ১৩৪.১৪৬৩২ ফুট ।

১। বৃত্তের পরিধিপরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, উহার ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দিষ্ট পরিধিপরিমাণকে  $৩\frac{১}{২}$  অর্থাৎ  $\frac{২২}{৭}$  দ্বারা ভাগ কর, অর্থাৎ নির্দিষ্ট পরিধিকে ৭ দিয়া গুণ করিয়া গুণফলকে ২২ দিয়া ভাগ কর; ভাগফল নির্ণেয় ব্যাস হইবে। আর যদি গণনায় অধিকতর সূক্ষ্মতার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে নির্দিষ্ট পরিধিকে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ কর; ভাগফল নির্ণেয় ব্যাস হইবে। \*

উদাহরণ।

(১) কোন বৃত্তের পরিধি ৬৬ গজ, উহার ব্যাস পরিমাণ কত ?

৬৬

৭

২২ ) ৪৬২      ১. ব্যাস = ২১ গজ।

—

অধিকতর সূক্ষ্মতার আবশ্যকতা

২১

হইলে ৬৬ কে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ কর, ভাগফল ব্যাসপরিমাণ হইবে।

[ ২ ] কোন বৃত্তের পরিধি ৩৬০ ফুট, উহার ব্যাসপরিমাণ কত ?

৩.১৪১৬ ) ৩৬০০০০ ( ১১৪.৫৯

বিবিধ উদাহরণ।

১। একখানি গাড়ির চাকা ১ মাইল পথ অতিক্রম করিতে সর্বশুদ্ধ ১০০০ বার ঘুরিয়াছে; চাকাখানির ব্যাসপরিমাণ কত ?

---

\* পরিধি ও ব্যাস বস্তুত নিয়ম দ্বয়ের যুক্তি এই পাঠের আদিতে লিখিত অঙ্গশাভে বস্তুবস্তুর প্রতি দৃষ্টিপাত করিলে সহজেই স্বাক্ষর হইবে।

১ মাইল = ১৭৬০ গজ; প্রপ্লাহুসারে চাকার পরিধির সহস্রাংশ  
১৭৬০ গজের সমান হইতেছে; ∴ পরিধি =  $\frac{31416}{1000} = 31.416 = ১.৭৬$ ;  
অতএব ব্যাস =  $\frac{1}{2} \times ১.৭৬ = ০.৮৮$  গজ = ১ গজের .৫৬  
অংশ।

২। পৃথিবী সূর্য্য হইতে ৯৫০০০০০০ মাইল দূরে অবস্থিত,  
উহা ৩৬৫২ দিনে একবার সূর্য্যমণ্ডল প্রদক্ষিণ করে, পৃথিবী ১  
মিনিটে কত পথ অতিক্রম করে তাহা নির্ণয় কর।

সূর্য্যকে কেন্দ্র করিয়া পৃথিবী যে পথে উহাকে প্রদক্ষিণ করে,  
ঐ পথকে বৃত্তস্বরূপ ধরিলে ঐ বৃত্তের কেন্দ্র =  $২ \times ৯৫০০০০০০ \times ৩.১৪$   
 $১৪১৬ =$  প্রায় ৫৯৬৯০৪০০০ মাইল ৩৬৫২ দিন = ৫২৫৯৬০ মিনিট।

∴  $\frac{৫৯৬৯০৪০০০}{৫২৫৯৬০} =$  প্রায় ১১৩৫ মাইল। অতএব পৃথিবী ১  
মিনিটে ১১৩৫ মাইল পথ অতিক্রম করিবে।

### ৫ উদাহরণমালা।

১। যে বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ ২৯ ইঞ্চি, তাহার পরিধি কত?  
[ উত্তর ৯১.১০৬ ইঞ্চি ]

২। বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১৮.৪৭৯ ফুট, তাহার পরিধি কত?  
[ উত্তর ১১৬.১০৭৩ ফুট ]

৩। যদি পৃথিবীর ব্যাস ৭৯১৬ মাইল হয়, তাহা হইলে  
উহার পরিধি কত হইবে? [ উত্তর ২৪৮৬৯ মাইল ]

৪। কতকগুলি বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ যথাক্রমে ১৪ ফুট;  
২১৩ গজ, ২ ফুট, ৮ ইঞ্চি; ৮৬ গজ, ১ ফুট; ও ১ কর্ণ, ৬০  
গজ; বৃত্তগুলির প্রত্যেকের পরিধিপরিমাণ কত?

[ উত্তর ৪৪ ফুট; ৬৭২ গজ, ৮ ইঞ্চি; ২৭১ গজ ১ ফুট; ৪ কর্ণ ]

৫। কতকগুলি বৃত্তের পরিধিপরিমাণ যথাক্রমে ১ ফুট;

২৫ ফুট ; ১০৮ গজ, ১ ফুট ; ১ ফলং ; প্রত্যেকের ব্যাসপরিমাণ কত হইবে ?

[ উত্তর ৩১৮৩ ফুট ; ৭২৫৭৭ ফুট ; ১০৩৪৫০৫ ফুট ;

( ৭০০০২৮ গজ )

৬। যে বৃত্তের পরিধি ৭২৯ গজ, তাহার ব্যাসপরিমাণ কত ? [উত্তর ২৫৩.৬৯৩ গজ]

৭। যদি কোন বৃত্তের পরিধি ১ ফুটের  $\frac{১}{১০০}$  অংশ হয়, তাহা হইলে উহার ব্যাস কত হইবে ? ( উত্তর ২৭৮ ফুট )

৮। একটা গোলাকার ক্ষেত্রের ব্যাসাঙ্ক ৬৩ গজ, প্রতি বর্গ ৭ সিলিং ১০ পেন্স হিসাবে ব্যয় পড়িলে, উহার চতুর্দিকে বেড়া দিতে সর্বশুদ্ধ কত ব্যয় পড়িবে ?

( উত্তর ২৮ পাউণ্ড, ৩ শিলিং, ২৬ পেন্স )

৯। একটা বৃহত্তর বৃত্তক্ষেত্রের মধ্যে আর একটা ক্ষুদ্রতর বৃত্তক্ষেত্র আছে, দুই বৃত্তের মধ্যে বেড়াইবার পথ, পথটার বাহির দিকের পরিধি বৃহত্তর বৃত্তের পরিধি, এবং উহার পরিমাণ ৩০ গজ, আর উহার ভিতরকার পরিধি ৩১১ গজ ; পথটার প্রস্থ পরিমাণ কত হইবে ? ( উত্তর ৩০.২৪ গজ )

১০। মনে কর বৃষগ্রহ ৮৮ দিনের মধ্যে একবার সূর্য্যামণ্ডল প্রদক্ষিণ করে ; বৃষগ্রহ যে গোলাকার পথে সূর্য্যামণ্ডল প্রদক্ষিণ করে, উহার ব্যাসার্ধপরিমাণ ৩৭০০০০০০ মাইল ; বৃষগ্রহ ১ সেকেন্ড সময়ে কত পথ অতিক্রম করিতেছে নির্ণয় কর ।

[ উত্তর ৩০০.৬ মাইল ]

১১। একখানি গাড়ির চাকার ব্যাস ২৮ ইঞ্চি, এক মাইল পথ বাইতে চাকাখানি কতবার ঘুরিবে ? ( উত্তর ৭২০ বার )

১২। একটা গোলাকার ক্ষেত্রের সীমান্ত একটা গোলাকার

বেড়াইবার পথ আছে, পথের বাহিরের দিকের পরিধি ৬০০ ফুট, ও ভিতরের দিকের পরিধি ৪৮০ ফুট ; পথটির বিস্তার কত ?  
( উত্তর ১২০০৯৮৫ ফুট )

১৩। একটা বৃত্তের পরিধি ও ব্যাস এই উভয়ের পরিমাণের বিয়োগফল ১০ ফুট ; উহার ব্যাসপরিমাণ কত ?  
( উত্তর ৪০৬৭ ফুট )

তৃতীয় পাঠ—চাপ বা ধনু ।

বৃত্তের কেন্দ্রে উহার ব্যাসসমূহ পরস্পর ছেদ করিয়া যতগুলি কোণ উৎপন্ন করে, তৎসমূহের সমষ্টি সর্বশুদ্ধ চারিটা সমকোণের সহিত সমান । কেন্দ্রসংশ্লিষ্ট কোণগুলি গণনার সুবিধার্থ ৩৬০ সমান ভাগে বিভক্ত হইয়া থাকে, এই গুলিকে অংশ কহে । ৯০ অংশে একটা সমকোণ হয়, সুতরাং বৃত্তের কেন্দ্রে  $৯০ \times ৪ = ৩৬০$  অংশ, অর্থাৎ চারিটা সমকোণ আছে । ইহা দ্বারা স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, কোন দুই ব্যাসার্ধের অন্তর্গত কেন্দ্রস্থ কোণের সহিত, চারি সমকোণ অর্থাৎ ৩৬০ অংশের যে সম্বন্ধ, ঐ কোণের অভিমুখীন ধনু অর্থাৎ পরিধিখণ্ডের সহিত সমগ্র পরিধির সেই সম্বন্ধ ।

১। কোন দুই ব্যাসার্ধের অন্তর্গত কোণের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে, উল্লিখিত অনুপাতের সাহায্য লইয়া উক্ত কোণের অভিমুখীন ধনুর পরিমাণ নির্ণয় করা যাইতে পারে ।

নিয়ম । ৩৬০ এই সংখ্যার সহিত, নির্দিষ্ট কোণের পরিমাণের যে সম্বন্ধ, সমগ্র পরিধির সহিত নির্দিষ্ট কোণের অভিমুখীন ধনুর সেই সম্বন্ধ । অতএব এই অনুপাত অনুসারে প্রক্রিয়া করিলে অনায়াসে অতীষ্ট ধনুপরিমাণ নির্ণয় করা যায় ।



উদাহরণ ।

(১) একটি বৃত্তের পরিধি ৪৮ ইঞ্চি পরিমিত, এবং কোন ধনুর অভিমুখীন কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ ৫৪ অংশ; ধনুর দৈর্ঘ্য কত ?

৩৬০ : ৫৪ :: ৪৮ : অভীষ্ট দৈর্ঘ্য;

$$\therefore \frac{৩৬০ \times ৪৮}{৫৪} = \frac{৩৬০ \times ৪}{৫} = ৩৬ = ৭.২ ;$$

অতএব অভীষ্ট ধনুপরিমাণ = ৭.২ ইঞ্চি ।

২। ধনুর পরিমাণ অর্থাৎ দৈর্ঘ্য নির্দিষ্ট আছে, উহার অভিমুখীন কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম। সমগ্র পরিধির সহিত নির্দিষ্ট ধনুর পরিমাণের যে অনুপাত, ৩৬০ এই সংখ্যার সহিত নির্ণেয় কোণ পরিমাণের সেই অনুপাত। ইহা দ্বারা অভীষ্ট কোণ পরিমাণ সহজেই নির্ণীত হইতে পারে ।

(১) বৃত্তের পরিধি ২৫০০ মাইল, এবং ধনুপরিমাণ ৭৫০ মাইল, ধনুর অভিমুখীন কেন্দ্রাশ্রিত কোণের পরিমাণ কত ?

২৫০০ : ৭৫০ :: ৩৬০ : অভীষ্ট কোণপরিমাণ ।

$$\therefore \text{অভীষ্ট কোণপরিমাণ} = \frac{৭৫০ \times ৩৬০}{২৫০০} = \frac{৭৫ \times ৩৬}{২৫} = \frac{৩ \times ৩৬}{১} = ১০৮ \text{ অংশ,}$$

৩। কোন ধনুর জ্যাপরিমাণ ও উহার অর্ধেকের জ্যাপরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, অথবা ধনুর শর ও বৃত্তের ব্যাস এই দুইটি জানা আছে; ধনুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে। (ধনুটি সামিবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বলিয়া বুঝিয়া লইতে হইবে; সামিবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তরধনুর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ নিম্নলিখিত নিয়মানুসারে অপেক্ষাকৃত ক্ষুদ্রতর ধনুর পরিমাণ বাহির করিয়া সমগ্র পরিধিহইতে উহা অন্তর করিলে বৃহত্তরধনুর পরিমাণ পাওয়া যাইবে, ধনু সামিবৃত্তের পরিধি হইলে প্রথমে সমগ্র পরিধি বাহির করিয়া উহার অর্ধেক লইলেই চলিবে।)

নিয়ম ।' ধনুর অর্ধেকের জ্যার পরিমাণকে আটগুণ করিয়া, গুণফল হইতে সমগ্র ধনুর জ্যাপরিমাণ বাদ দেও, এবং যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহাকে ৩ দিয়া ভাগ কর । ভাগফল অর্থাৎ ধনুর পরিমাণ হইবে ।

উদাহরণ ।

( ১ ) ধনুর জ্যা ১৪ ইঞ্চি, ও বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ইঞ্চি ; ধনুর পরিমাণ কত হইবে ?

এই পরিচ্ছেদের প্রথম পাঠের ৭ম সূত্র অনুসারে ধনুর অর্ধেকের জ্যা ৭.০৭১০৬৭৮ হইবে ।

$$৭.০৭১০৬৭৮ \times ৮ = ৫৬.৫৬৮৫৪২৪ ;$$

$$৫৬.৫৬৮৫৪২৪ - ১৪ = ৪২.৫৬৮৫৪২৪ ;$$

$$৪২.৫৬৮৫৪২৪ \div ৩ = ১৪.১৮৯৫১৪১ ;$$

$$\text{অতএব ধনুর দৈর্ঘ্য} = ১৪.১৮৯৫১৪১ \text{ ইঞ্চি ।}$$

৬ উদাহরণমালা ।

১। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১০ ইঞ্চি, এবং একটা অজ্ঞাত পরিমাণ ধনুর অভিমুখীন কেন্দ্রাশ্রিত কোণের পরিমাণ ৭২ অংশ ; ধনুর পরিমাণ কত ? [ উত্তর ১২.৫৬৬৪ ইঞ্চি । ]

২। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২ ফুট, এবং একটা ধনুর পরিমাণ ১৫ ইঞ্চি ; ধনুর অভিমুখীন কেন্দ্রাশ্রিত কোণের পরিমাণ কত ? [ উত্তর ৩৫.৮১ অংশ । ]

৩। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ফুট, এবং ধনুর দৈর্ঘ্য ৩ ১ ফুট, ধনুর অভিমুখীন কেন্দ্রাশ্রিত কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর ।

[ উত্তর ৫৭.৩ অংশ । ]

৪। ধনুর জ্যা পরিমাণ ৩৬ ইঞ্চি, ও ধনুর অর্ধেকের জ্যা পরিমাণ ১৯ ইঞ্চি ; ধনুর পরিমাণ কত ?

[ উত্তর ৩৮ $\frac{১}{২}$  ইঞ্চি । ]

৫। জ্যা ৬ ইঞ্চি, ও ব্যাসার্দ্ধ ৯ ইঞ্চি ; ধনুপরিমাণ কত ?  
( উত্তর ৬.১১৭ ইঞ্চি )

৬। ব্যাসার্দ্ধ ১ ইঞ্চি ; সামিবৃত্তের পরিমিতি কত ?  
( উত্তর ৫.১৪১৬ ইঞ্চি )

৭। সামিবৃত্তের পরিমিতি ১০০ ফুট ; ব্যাসার্দ্ধ কত ?  
( উত্তর ১৯.৪৫ ইঞ্চি )

৮। একটা বৃত্তপরিধি দুইটা ধনুতে বিভক্ত, উহাদের উভয় সাধারণ জ্যার দৈর্ঘ্য ২৫ ফুট ; বৃত্তটির পরিধি উহার ব্যাস অপেক্ষা ১০০ ফুট বড়, ক্ষুদ্রতর ধনুর পরিমাণ নির্ণয় কর ।  
[ উত্তর ২৬.৩৮ ফুট ]

## তৃতীয় অধ্যায় ।

ক্ষেত্রফল বা কালি ।

প্রথম পরিচ্ছেদ—ভূমিপরিমাণ ।

ভূমিপরিমাণ ।

দেশীয় মাপ ।

ইংরাজী মাপ ।

৫৭৬ বর্গ অঙ্গুলি = ১ বর্গ হাত	১৪৪ বর্গ ইঞ্চি = ১ বর্গ ফুট ।
৫ „ হাত = ১ বর্গ কাঁচা	৯ „ ফুট = ১ „ গজ ।
৪ „ কাঁচা = ১ বর্গ ছটাক	৪ „ গজ, } : ১ „ ক্যাদম
„ ছটাক } = ১ বর্গ	৩৬ „ ফুট, }
৮০ „ হাত } পোয়া /	২৭২ $\frac{১}{২}$ „ ফুট } = ১ „ রড্
৪ „ পোয়া } = ১ বর্গ	৩০ $\frac{১}{২}$ „ গজ } বা পোল ।
১৬ „ ছটাক } কাঠা /	১৬০০ „ পোল = ১ „ ফল্ড ।
৩২০ „ হাত }	৬৪ „ ফল্ড = ১ „ মাইল ।

২০,, কাঠা	} = ১ বর্গ বিঘা ১/০	১০০' × ১০০' = ১০০০০ বর্গ লিঙ্ক
৬৪০০,, হাত		= ১ বর্গ চেন।
—		২২ × ২২ = ৪৮৪ বর্গ গজ =
১/৪ চারি কাঠা।		১ বর্গ চেন।
১০ পাঁচ কাঠা।		৪০ পোল
১১ দশ কাঠা।		} = রুড্।
১১ পনর কাঠা।		
১১২ এক বিঘা সাত কাঠা।		৪ রুড্
৩৬৪ তিন বিঘা উনিশ কাঠা।		} = ১ একর =
৫/১ পাঁচ বিঘা এক কাঠা।		
২১৩৬/১০ দুই বিঘা আট কাঠা		৪৮৪০ বর্গ গজ
সাত ছটাক।		= ১০০০০০ বর্গ লিঙ্ক।
		৬৪০ একর
		} = ১ মাইল।

( ১ গজ = ৩ ফুট = ২ হাত ; অতএব ১ বর্গ গজ = ৩ × ৩ = ৯ বর্গ ফুট = ২ × ২ = ৪ বর্গ হাত )

১৬০০ বর্গ গজ } ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১ বিঘা ১/০।

১৪৪০০ বর্গ ফুট

৭২০ বর্গ ফুট = ৪২০ বর্গ হাত = ১/১ এক কাঠা।

৪৫ বর্গ ফুট = ২০ বর্গ হাত = ১/০ এক ছটাক।

১১০ × ১১০ = ২১০ সওয়া দুই বর্গ ফুট = ১ বর্গ হস্ত।

নিয়ম। বর্গ ক্ষুটকে বর্গ হস্তে পরিণত করিতে হইলে, প্রথমে যত বর্গ ফুট থাকিবে, তাহাকে চারিগুণ করিয়া গুণফলকে ৯ দিয়া ভাগ কর; ভাগফল অভীষ্ট উত্তর হইবে। এইরূপে বর্গ হস্তকে বর্গ ফুট করিতে হইলে, প্রথমে যত বর্গ হস্ত থাকে, তাহাকে ২১০ দিয়া গুণ করিলে গুণফল নির্ণয় রাশি হইবে।

উদাহরণ ।

(১) ১৪৪০০ বর্গ ফুটে কত বর্গ হস্ত হইবে ?

$$১ : ১৪৪০০ :: ৪ : স ; \therefore স = \frac{১৪৪০০ \times ৪}{১} = ৬৪০০ \text{ বর্গ হস্ত} =$$

১/০ এক বিঘা ।

(২) ১ বিঘাতে কত বর্গ ফুট হইবে ?

$$১/০ = ৬৪০০ \text{ বর্গ হস্ত} । \therefore ৬৪০০ \times ২।০ = ১৪৪০০ \text{ বর্গ ফুট} ।$$

(৩) ১ একর ভূমিকে বিঘা কাঠায় পরিণত কর ।

$$১ \text{ একর} = ৪৮৪০ \times ২ = ৪৩৫৬০ \text{ বর্গ ফুট} = \frac{৪৩৫৬০ \times ৪}{১} = ১২৩৬০$$

$$\text{বর্গ হস্ত} = \frac{১২৩৬০}{১৬} = \frac{২৪৭২}{৪} = \frac{৬১৮}{১} = ৩৮১ = ৩/৮০ \text{ তিন বিঘা}$$

আধ কাঠা ।

## দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ ।

সমান্তরিক ক্ষেত্র—সমকোণী সমান্তরিক ।

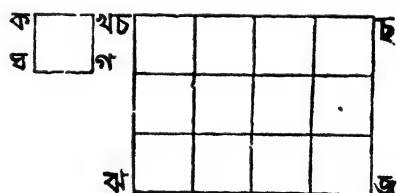
যে চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর অভিমুখীন ভূজগুলি সমান্তর তাহাকে সমান্তরিক কহে । সমান্তরিক ক্ষেত্র দুই প্রকার, সমকোণী ও অসমকোণী । যে সমান্তরিকের চারিটা কোণই সমকোণ, তাহাকে সমকোণী সমান্তরিক কহে, আর যাহার একটা কোণও সমকোণ নহে, তাহার নাম অসমকোণী সমান্তরিক । সমকোণী সমান্তরিক আবার দুই প্রকার, বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র । যে সমকোণী সমান্তরিকের চারিটা ভূজই পরস্পর সমান তাহাকে বর্গক্ষেত্র কহে, আর যাহার চারিটা ভূজ পরস্পর সমান নহে, পরস্পর অভিমুখীন দুই দুইটা ভূজ সমান, তাহার নাম আয়তক্ষেত্র বা অবলঙ । অসমকোণী সমান্তরিকও দুই প্রকার, রম্বস ও রম্বসড । যে সমান্তরিকের চারিটা ভূজই পরস্পর সমান, কিন্তু একটা কোণও সমকোণ নহে, তাহাকে রম্বস কহে,

আর যাহার চারিটা ভূজ পরস্পর সমান নহে, পরস্পর অভিমুখীন হই হইটী সমান, এবং একটা কোণও সমকোণ নহে, তাহার নাম রম্বস্‌ড্‌ । এই পরিচ্ছেদে কেবল সমকোণী সমান্তরিক অর্থাৎ বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র এই উভয়ের বিষয় বিবেচিত হই-তেছে, পর পরিচ্ছেদে অসমকোণী সমান্তরিক অর্থাৎ রম্বস ও রম্বস্‌ড্‌, এই উভয়ের বিষয় বিবেচিত হইবে ।

### সমকোণী সমান্তরিক ।

যে ভূমির দৈর্ঘ্য ১ হস্ত বা ইঞ্চি, ও বিস্তার ১ হস্ত বা ইঞ্চি, তাহার ক্ষেত্রফল অর্থাৎ কালী ১ বর্গ হস্ত বা ১ বর্গ ইঞ্চি কহা যায় ।' ঐরূপে যে ভূমি দৈর্ঘ্যে ১ অঙ্গুল, ও প্রস্থে ১ অঙ্গুল তাহার ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুল । কথগম্ব চিহ্নিত ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কথ ঋজুরেখা, ও বিস্তার কঘ ঋজুরেখা । যদি কথ ঋজুরেখার পরিমাণ ১ অঙ্গুল, ও কঘ চিহ্নিত রেখার পরিমাণ ১ অঙ্গুল হয়, তাহা হইলে সমগ্র কথগম্ব ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুল হইবে ।

এ ক্ষণে মনে কর, চছজঝ চিহ্নিত ক্ষেত্র-টির দৈর্ঘ্য ৪ ইঞ্চি, বা অঙ্গুল ও বিস্তার ৩ ইঞ্চি বা অঙ্গুল ।



প্রাস্তবিন্দু হইতে এক

এক ইঞ্চি তফাতে দৈর্ঘ্যব্যঞ্জক ও বিস্তারব্যঞ্জক ভূজের সহিত সমান্তর ঋজুরেখা টান । এইরূপ করিলে দৃষ্ট হইবে যে সমগ্র ক্ষেত্রটি ১২ টী ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমান ক্ষেত্রে বিভক্ত হইতেছে, এই

১২ টীর মধ্যে প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ১ ইঞ্চি বা ১ অঙ্গুল, ও বিস্তার ৩ ১ ইঞ্চি বা অঙ্গুল । অতএব স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, সমগ্র চছজঙ্ঘ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল বা কালি ১২ বর্গ ইঞ্চি বা অঙ্গুল, কারণ উহাকে কথগঘ চিহ্নিত ক্ষেত্রের সহিত সমান ১২টি ক্ষেত্রে বিভক্ত করা যাইতে পারে । কিন্তু এই ১২ সংখ্যা ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্যবাচী ৪, ও বিস্তারবাচী ৩, এই দুই সংখ্যার গুণফলস্বরূপ । অতএব স্পষ্টই বুঝা গেল যে সমকোণী সমান্তরিক, অর্থাৎ বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র, এই উভয় প্রকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বা কালী নির্ণয় করিতে হইলে দৈর্ঘ্যকে বিস্তার দিয়া গুণ করিতেহইবে ।

এই প্রকারে যদি কোন সমকোণী সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য ৮ ইঞ্চি, অঙ্গুল, ফুট বা হাত, ও বিস্তার ৫ ইঞ্চি বা অঙ্গুল, ফুট বা হাত হয়, তাহা হইলে উপরিউক্ত প্রকারে দৃষ্ট হইবে যে, সমগ্র ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ৮ বার ৫ বর্গ ইঞ্চি বা অঙ্গুল, ফুট বা হস্ত, অর্থাৎ ৪০ বর্গ ইঞ্চি, বা অঙ্গুল, ফুট বা হাত । আবার যদি দৈর্ঘ্য ৪ গজ ও বিস্তার ৩ গজ হয়, তবে ক্ষেত্রটির সারাকালী ১২ বর্গ গজ হইবে । ইত্যাদি ।

দৈর্ঘ্য বিস্তার প্রভৃতি ত্রৈণিক পরিমাণ মাপিবার সময় যেমন ইঞ্চি, অঙ্গুল, ফুট, বা হাত ইহার যে কোনটাকে এককস্বরূপ ধরিয়া লইয়া, ঐ এককের সহিত তুলনায় অন্যান্য মাপ সমাধা করিতে হয়, তদ্রূপ ক্ষেত্রপরিমাণ করিবার সময়েও একটী নির্দিষ্ট পরিমাণকে এককস্বরূপ ধরিয়া লইয়া অন্যান্য মাপ করিতে হয় । ত্রৈণিক পরিমাণে সচরাচর ১ ইঞ্চি, বা অঙ্গুলকে এককস্বরূপ ধরা হয়, আর ক্ষেত্রপরিমাণে সচরাচর এক বর্গ ইঞ্চি, বা বর্গ অঙ্গুল ধরা হইয়া থাকে । কিন্তু কোনটী একক ধরিতে হইবে, তাহার কিছুমান নির্ণয় নাই, উহা ১ ইঞ্চি, ফুট, গজ, অঙ্গুল বা হস্ত, বাহা ইচ্ছা হইতে পারে ।

পূর্ব্বে কথিত হইয়াছে যে সমকোণী সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরস্পর গুণ করিতে

হইবে । কিন্তু একটা কথা আছে, দৈর্ঘ্য ও বিস্তার এই উভয়কে পরস্পর গুণ করিবার পূর্বে উহাদিগকে এক জাতীয় রাশিতে পরিণত করিতে হইবে, করিয়া উভয়কে গুণ করিলে গুণফল, ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে । যদি দৈর্ঘ্য ও বিস্তার একজাতীয় রাশিই থাকে তাহা হইলে উহাদিগকে গুণ করিলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যায় । কিন্তু যদি ভিন্নজাতীয় থাকে, তাহা হইলে গুণ করিবার পূর্বে উহাদিগকে একজাতীয় রাশিতে পরিণত করিতে হইবে । যদি দৈর্ঘ্য ৫ ইঞ্চি ও বিস্তার ৩ ইঞ্চি হয় তাহা হইলে উভয়ের গুণফল ১৫ বর্গ ইঞ্চি ক্ষেত্রফল হইবে । কিন্তু যদি দৈর্ঘ্য ৫ ফুট ও বিস্তার ৩ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে ৫ ফুটকে ইঞ্চিতে, অথবা ৩ ইঞ্চিকে ফুটে পরিণত করিয়া গুণ করিবে । ৫ ফুট = ৬০ ইঞ্চি, সুতরাং ক্ষেত্রফল =  $60 \times 3 = 180$  বর্গ ইঞ্চি ।

১। একটা সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বা সারাকালী নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । দৈর্ঘ্যপরিমাণকে বিস্তারপরিমাণ দিয়া গুণ কর, করিলে গুণফলই ক্ষেত্রফল বা সারাকালী হইবে ।

[ কখন কখন দৈর্ঘ্য ও বিস্তার এই উভয়ের পরিবর্তে ভূমি ও উন্নতি বা উচ্চায় এই দুইটা সংজ্ঞা ব্যবহৃত হইয়া থাকে । ]

[ সমকোণী সমান্তরিকের দুইটা অন্যান্যসম্মুখীন ভূজ, অপর দুইটা অন্যান্যসম্মুখীন ভূজের লম্বস্বরূপ, সুতরাং এইরূপ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বা সারাকালী নির্ণয় করিতে হইলে যে কোন একটা ভূজকে উহার অভিমুখীন ভূজ হইতে উহার উপর পতিত লম্বদ্বারা গুণ করিতে হয় । ক্ষেত্র সমকোণী বলিয়া উহার যে কোন একটা ভূজের সন্নিবৃত্ত ভূজটাই উহার লম্ব ; সুতরাং দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরস্পর গুণ করিলে সারাকালী পাওয়া যায় । ]



## উদাহরণ ।

( ১ ) একটি সমকোণী সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য ৩ ফুট, ৪ ইঞ্চি ; এবং বিস্তার ২ ফুট, ৬ ইঞ্চি ; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল কত ?

৩ ফুট, ৪ ইঞ্চি = ৪০ ইঞ্চি ; ২ ফুট, ৬ ইঞ্চি = ৩০ ইঞ্চি ;  
অতএব পরিমাণফল =  $৪০ \times ৩০ = ১২০০$  বর্গ ইঞ্চি । [ উত্তর ]

অথবা :—৩ ফুট ৪ ইঞ্চি = ৩৬ ফুট ২ ফুট ৬ ইঞ্চি = ২২ ফুট ;

অতএব ক্ষেত্রফল =  $৩৬ \times ২২ = ৬ \times ২ = ১২$  বর্গ ফুট ।  
[ উত্তর ]

( ২ ) একটি সমকোণী সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য আধ মাইল, ও বিস্তার ২২০ গজ, উহার পরিমাণফল কত হইবে ?

২ মাইল =  $১৬০ = ৮৮০$  গজ,  $\therefore$  পরিমাণফল =  $৮৮০ \times ২২০$   
=  $১৯৩৬০০$  বর্গ গজ ।

অথবা ২২০ গজ =  $\frac{১}{৪}$  মাইল ;  $\therefore \frac{১}{৪} \times ৮৮০ = ২২০$  ;  $\therefore$  ক্ষেত্রফল  
=  $\frac{১}{৪}$  মাইল

সমকোণী সমান্তরিক দুই প্রকার আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্র । যাহার দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বিস্তার অধিক তাহার নাম আয়তক্ষেত্র ; আর যাহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরস্পর সমান তাহার নাম বর্গক্ষেত্র । সমকোণী সমান্তরিকের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে দৈর্ঘ্য ও বিস্তার এই উভয় পরিমাণকে পরস্পর গুণ করিতে হয় । আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যপরিমাণ বিস্তার অপেক্ষা অধিক, সুতরাং ইহার পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে সূত্রানুসারে দৈর্ঘ্যপরিমাণকে প্রস্থপরিমাণ দিয়া গুণ করিতে হয়, কিন্তু বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়ই সমান, অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের চারিটা ভুজই পরস্পর সমান, সুতরাং বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার যে কোন একটি ভুজের বর্গ করি-

লেই উত্তর পাওয়া যায়, কারণ ইহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়ই সমান বলিয়া দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়কে পরস্পর গুণ করা ও যে কোন একটা ভূজের বর্গ করা অর্থাৎ একটা ভূজকে উহা দ্বারা গুণ করা, এই দুইই এক প্রক্রিয়া, অর্থাৎ উভয় প্রকারেই এক ফল পাওয়া যায় ।

উদাহরণ ।

(১) একটা বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৭ইঞ্চি; ইহার পরিমাণফল কত ?  
বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়ই সমান, সুতরাং এই ক্ষেত্রটির চারিটা ভূজই প্রত্যেক ৭ইঞ্চি। অতএব ক্ষেত্রফল =  $৭ \times ৭$   
=  $৭২ = ৪৯$  বর্গ ইঞ্চি ।

( উপরিস্থ প্যারাগ্রাফটির প্রতি মনোনিবেশ করিলে অনায়াসেই বুঝা যাইবে যে  $১২ \times ১২ = ১৪৪$  বর্গ ইঞ্চি =  $১$  বর্গ ফুট ;  $৩ \times ৩ = ৯$  বর্গ ফুট =  $১$  বর্গ গজ ইত্যাদি )

কোন সমকোণী সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল, এবং উহার দৈর্ঘ্য বা বিস্তার এই উভয়ের একটা নির্দিষ্ট থাকিলে, উহা দ্বারা নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে বিভাগ করিলেই অপরটা পাওয়া যাইবে, যদি ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্য নির্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে ক্ষেত্রফলকে দৈর্ঘ্য দ্বারা বিভাগ করিলেই বিস্তার পাওয়া যাইবে, আবার ক্ষেত্রফল ও বিস্তার নির্দিষ্ট থাকিলে নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে বিস্তার দ্বারা বিভাগ করিলেই অভীষ্ট দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে । কারণ সূত্রানুসারে ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য  $\times$  বিস্তার, অতএব যদি দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও ক্ষেত্রফল এই তিনটিকে যথাক্রমে “দ” “ব” ও “ফ” এই তিনটা অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে  $ফ = দ \times ব$ , সুতরাং

$দ = \frac{ফ}{ব}$ ; আর  $ব = \frac{ফ}{দ}$ ; বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল উহার অন্যতম

ভূজের বর্গ অর্থাৎ দ্বিতীয় শক্তিস্বরূপ; অতএব বর্গক্ষেত্রের

পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে উহার বর্গমূল নিকাশন করিলেই উহার ভূজপরিমাণ অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয় পরিমাণই পাওয়া যাইবে ।

উদাহরণ ।

(১) কোন একটা সমকোণী সমান্তরিকের পরিমাণ ৯৬ বর্গ ইঞ্চি, এবং উহার দৈর্ঘ্য ১ ফুট, ৪ ইঞ্চি ; ক্ষেত্রটির বিস্তার কত ?

১ ফুট, ৪ ইঞ্চি = ১৬ ইঞ্চি ;  $\therefore$  অভীষ্ট বিস্তার =  $\frac{৯৬}{১৬} = ৬$  ইঞ্চি ।

(২) একটা আয়তক্ষেত্রের পরিমাণ ১০ বর্গ ফুট ; এবং উহার বিস্তার ১ গজ ; উহার দৈর্ঘ্যপরিমাণ কত ?

১ গজ = ৩ ফুট ;  $\therefore$  অভীষ্ট দৈর্ঘ্য =  $\frac{১০}{৩} = ৩\frac{২}{৩}$  ফুট = ৩ ফুট ৪ ইঞ্চি ।

(৩) একটা বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল ৮১ বর্গ ফুট, ও উহার একটা ভূজ ৯ ফুট ; উহার অপর ভূজের পরিমাণ কত ?

স্বত্রানুসারে নির্ণেয় ভূজ =  $\frac{৮১}{৯} = ৯$  ফুট ।

(৪) একটা বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল ১২১ বর্গ ইঞ্চি ; উহার ভূজপরিমাণ কত ?

নির্ণেয় ভূজপরিমাণ =  $\sqrt{১২১} = ১১$  ইঞ্চি ।

(যে স্থলে নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফলের বর্গমূল নিঃশেষরূপে নিকাশিত হয় না, তথায় যথেষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত গ্রহণ করিয়া যাহা হইবে, তাহাকেই ভূজপরিমাণ ধরিয়া লইতে হইবে, ফলতঃ এরূপ স্থলে ভূজপরিমাণ ঠিক নির্ণীত হইতে পারে না )

(“বর্গফুট” ও “ফুট বর্গ” এই দুইটা বাক্য ভিন্নার্থক । “৩ বর্গ ফুট” বলিলে এরূপ একটা ক্ষেত্র বুঝিতে হইবে

যাহাকে এঁক ফুট দীর্ঘ, ও এক ফুট প্রস্থ, তিনটা সমপরিমাণ বর্গক্ষেত্রে বিভক্ত করিতে পারা যায় ; কিন্তু “ ৩ ফুট বর্গ ” বলিলে যাহার ভূজপরিমাণ ৩ ফুট এরূপ একটা বর্গক্ষেত্র বুদ্ধিতে হইবে, সুতরাং উহাতে সর্বসমেত  $৩ \times ৩ = ৯$  বর্গ ফুট থাকিবে ; এইরূপে “ ৪ ফুট বর্গ ” বলিলে যাহার ভূজপরিমাণ ৪ ফুট, এরূপ একটা বর্গক্ষেত্র বুদ্ধিতে হইবে, সুতরাং উহাতে সর্বশুদ্ধ  $৪ \times ৪ = ১৬$  বর্গ ফুট থাকিবে । ইত্যাদি ।)

### বিষাকালী ও কাঠাকালী ।

ভূমি ৮০ হাত দীর্ঘ হইলে তাহাকে রৈখিক এক বিঘা কহে, যে ভূমির ৮০ হাত দৈর্ঘ্য, ও ৮০ হাত বিস্তার, তাহার কালী ১ বিঘা কহিয়া থাকে । সুতরাং  $৮০ \times ৮০ = ৬৪০০$  বর্গ হস্ত হইলে ১ বিঘা কালী, অর্থাৎ ১ বর্গ বিঘা হয় । ৪ হাত লম্বা হইলেই এক কাঠা কহে । ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ বিঘা বিস্তার হইলে বেরূপ ১ বিঘা কালী কহিয়া থাকে, ১ কাঠা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তারস্থলে সেরূপ কহিলে ৪০০ বর্গ কাঠায় ১ বর্গ বিঘা হইত ; কারণ ২০ কাঠা দৈর্ঘ্য ও ২০ কাঠা বিস্তার হইলে, ১ বর্গ বিঘা অর্থাৎ ১ বিঘা কালী হয় । কিন্তু সেরূপ না কহিয়া রৈখিক ২০ কাঠায় যেমন রৈখিক ১ বিঘা ধরা যায়, সেইরূপ ২০ কাঠা কালীতেও ১ বিঘা কালী ধরা য়ীতি । সুতরাং ১ কাঠা কালীর পরিমাণ  $\frac{৬৪০০}{২০} = ৩২০$  বর্গ হস্ত হইল । এরূপ হইলেই ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার যে ভূমি, তাহার কালী ১ কাঠা কহা যাইতে পারে ; কারণ  $৮০ \times ৪ = ৩২০$  ।

এত দৈর্ঘ্য এত বিস্তার ভূমির কালী কত বলিতে হইলে এত বর্গ হস্ত কালী না ধলিয়া, এত বিঘা, এত কাঠা, এত ছটাক,

বলাই ব্যবহার । এক বর্গ বিঘাতে ৬৪০০ বর্গ হস্ত। যদি ১ বর্গ হস্তকে ১ গণ্ডা ধরা যায়, তাহা হইলে ১ বিঘায় ৬৪০০ গণ্ডা হইবে । কিন্তু ৬৪০০ গণ্ডায় ২০ কাহন, সুতরাং ১ বিঘায় ২০ কাহন হইল । তাহা হইলেই ঐরূপ ১ কাহনকে ১ কাঠা ও ১ পণকে ১ ছটাক ধরা যাইতে পারে । বর্গ হস্ত ধরিয়া কালী করিবার সময় দৈর্ঘ্য ও বিস্তার বিঘা কাঠায় লিখিত থাকিলে, তাহা প্রথমতঃ বৈখিক হস্তে পরিবর্তিত করিতে হয় ।

উদাহরণ ।

(১) যে ভূমির দৈর্ঘ্য ১২০ হাত, ও বিস্তার ৯০ হাত ; তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য  $\times$  বিস্তার = ১২০ হাত  $\times$  ৯০ হাত = ১০৮০০  
বর্গ হস্ত = ১০৮০০ গণ্ডা = ৩৩৬০ = ১১৩৬০

(২) যে ভূমির দৈর্ঘ্য ১১২ ও বিস্তার ১১০ তাহার কালী কত ?

ক্ষেত্রফল = দ  $\times$  ব = ১১২  $\times$  ১১০ = ২১৮ হাত  $\times$  ১২০ হাত =  
১৫৩৬০ বর্গ হস্ত = ৪৮ কাহন = ৪৮ কাঠা = ২ । ৩

জমি কালী করিবার আর এক প্রণালী আছে, এবং উহাই আমাদের দেশের সর্বত্র কার্য্যতঃ প্রচলিত । শুভঙ্কর দাসের কৃত আখ্যায়ী উক্ত প্রণালীর নিদান । আখ্যায়ী এইঃ—

কুড়োবা কুড়োবা কুড়োবা লীঘো,  
কাঠায় কুড়োবা কাঠায় লীঘো ।  
কাঠায় কাঠায় ধূলপরিমাণ,  
বিশ গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ ।”

আখ্যায়ীর তাৎপর্য্য এইঃ—বিঘাতে বিঘাতে গুণ করিয়া বিঘা ধরা যায়, বিঘাতে কাঠাতে গুণ করিয়া যে রাশি হয়, তাহাকে গণ্ডা ধরিয়া ২০ গণ্ডায় কাঠা ধরা যায় । এই নিয়মের

যুক্তি এই যে, ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ বিঘা বিস্তার হইলেই ১ বিঘা কালী হয়, ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার হইলেই ১ কাঠা কালী হয়, এবং ১ কাঠা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার হইলেই  $৪ \times ৪$  বর্গ হস্ত হয়, অর্থাৎ ৩২০ বর্গ হস্তের  $\frac{১}{১৬}$  ভাগ হয় ; তাহা হইলেই ১ কাঠার ২০ ভাগের ১ ভাগ হইল ।

উদাহরণ ।

(১) ৬।২ দীর্ঘ ও ৩।৪ প্রস্থ ভূমির কালী কত ?

প্রথমতঃ ৬।২  $\times$  ৩।৪ এই প্রকারে অঙ্কপাতপূর্বক দেখা যায় যে, দৈর্ঘ্য ও বিস্তারে বিঘার সংখ্যা ৬ ও ৩, সুতরাং উভয়ে গুণ করিয়া ১৮ বিঘা হইল । কাঠার স্থানে দেখিতে পাওয়া যায় যে, ৭ ও ৯ রহিয়াছে, সুতরাং  $৭ \times ৩ = ২১$  কাঠা  $= ১/১$  ; ও  $৯ \times ৬ = ৫৪$  কাঠা  $= ২ \parallel ৪$  হইল । পরে কাঠায় কাঠায় গুণ করিয়া  $৭ \times ৯ = ৬৩ = ১ \frac{৩}{৪}$  কাঠা  $= ১/৩ \frac{৩}{৪}$  হয় । এই সমুদয় একত্র যোগ করিলে  $১৮/০ + ১/১ + ২ \parallel ৪ + ১/৩ \frac{৩}{৪} = ২১ \text{দ} ৩ \frac{৩}{৪}$  হয় । অর্থাৎ ক্ষেত্রফল ২১ বিঘা, ১৮ কাঠা, ২ ছটাক, ৮ গণ্ডা হইল ।

উল্লিখিত প্রকারে কালী করিবার সময় নিম্নলিখিতরূপে প্রক্রিয়া করাই রীতি ।

$$\begin{array}{r}
 ৬।২ \\
 ৩।৪ \\
 \hline
 ১৮/০ \\
 ১/১ \\
 ২ \parallel ৪ \\
 ১/৩ \frac{৩}{৪} \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$২১ \text{দ} ৩ \frac{৩}{৪} = ২১ \text{দ} ৩ \frac{৩}{৪} \text{ উত্তর ।}$$

## দ্বাদশক ।

শুভঙ্করের নিয়মানুসারে সমকোণী সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে কি প্রকার প্রণালী অবলম্বন করিতে হয়, তাহা প্রদর্শিত হইল ; এই প্রণালীই আমাদের দেশে কার্য্যতঃ ব্যবহৃত হইয়া থাকে । এইরূপ ইংরাজী হিসাব অনুসারে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলেও অনেক স্থলে সূত্রোক্ত প্রক্রিয়া অনুসৃত হয় না । অবিকল শুভঙ্করের ন্যায় একটা প্রক্রিয়া ব্যবহৃত হইয়া থাকে । ঐ প্রক্রিয়ার নাম দ্বাদশক প্রক্রিয়া । নিম্নে উহার ব্যাখ্যা করিবার পর উদাহরণ প্রদর্শিত হইতেছে ।

ব্যাখ্যা । বর্গ ফুট ও বর্গ ইঞ্চি কাহাকে বলে তাহা পূর্বেই ব্যাখ্যাত হইয়াছে । যে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১২ ইঞ্চি ও বিস্তার ১২ ইঞ্চি, তাহার নাম প্রাইম । অতএব ১২ বর্গ ইঞ্চিতে ১ প্রাইম হয় ইহা স্পষ্টই বোধ হইতেছে । সুতরাং ১২ প্রাইমে  $১২ \times ১২ = ১৪৪$  বর্গ ইঞ্চিতে ১ বর্গ ফুট হয় । এক্ষণে স্পষ্টই বোধ হইবে যে, ১২ অপেক্ষা অধিকসংখ্যক বর্গ ইঞ্চি থাকিলে উহা প্রাইম ও বর্গ ইঞ্চিতে বিভক্ত করা যাইতে পারে যথা :—

১৭ বর্গ ইঞ্চি = ১ প্রাইম ৫ বর্গ ইঞ্চি,

৩২ বর্গ ইঞ্চি = ২ প্রাইম ৮ বর্গ ইঞ্চি ইত্যাদি ।

আবার ১২ অপেক্ষা অধিকসংখ্যক প্রাইম থাকিলে উহাকে বর্গ ফুট ও প্রাইমে বিভক্ত করা যাইতে পারে । যথা :—

১৯ প্রাইম = ১ বর্গ ফুট, ৭ প্রাইম ;

৪৫ প্রাইম = ৩ বর্গ ফুট, ৯ প্রাইম ইত্যাদি ।

এইরূপ যে সমকোণী সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য ১ ফুট, ও বিস্তার ১ ইঞ্চি ; তাহাকে ৩ প্রাইম কহা যায়, অতএব যাহার দৈর্ঘ্য ২ ফুট ও বিস্তার ১ ইঞ্চি, তাহাতে ৩ টা প্রাইম আছে বলিতে হইবে । সুতরাং ফুটকে ইঞ্চি দিয়া গুণ করিলে প্রাইম পাওয়া যায় । এইরূপ সামান্যাকারে নির্দেশ করিতে পারা যায় ।

কোন নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য ও বিস্তারকে উপরি উক্ত প্রকারে ১২ এই রাশির মধ্যে বিভাগ করিয়া প্রায় শুভকরের ন্যায় প্রণালী অনুসারে অঙ্ক কসিতে পারা যায়। ১২ এই রাশির সাহায্য লওয়া হয় বলিয়া এই প্রণালীর নাম দ্বাদশক ।

উদাহরণ ।

(১) একটি সমান্তরিক ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৮ ফুট, ৯ ইঞ্চি ; ও বিস্তার ৫ ফুট, ৬ ইঞ্চি ; ক্ষেত্রটির কালী কত হইবে ?

নিম্নলিখিত প্রকারে ফুটের নীচে ফুট, ইঞ্চির নীচে ইঞ্চি, ইত্যাদি প্রকারে অঙ্ক রাখিয়া :—

৮	৯	প্রথমতঃ ৯ কে ৬ দিয়া গুণ করিয়া
৫	৬	৪৫ পাওয়া গেল, ৪৫ কে ১২ দিয়া
<hr/>		ভাগ করিয়া ৩ বর্গ ফুট, ৯ প্রাইম
৪৩	৯	হইল, ৯ রাখা গেল, এবং ৩ হাতে
৪	৪	৬ রহিল, পরে ৮ কে ৫ দিয়া গুণ করিয়া
<hr/>		৪০ পাওয়া গেল, সুতরাং $৪০+৩=৪৩$

৪৮ ১ ৬ হইল। পরে ৬ দিয়া ৯ কে গুণ করিয়া ৫৪ বর্গ ইঞ্চি পাওয়া গেল, ৫৪ বর্গ ইঞ্চি = ৪ প্রাইম ৬ বর্গ ইঞ্চি, ৬ কে নীচের পংক্তিতে সকলের ডাহিনে রাখা গেল ; ৪ হাত রহিল, পরে ৮ কে ৬ দিয়া গুণ করিয়া ৪৮ হইল,  $৪৮+৪=৫২$  প্রাইম = ৪ বর্গ ফুট, ৪ প্রাইম। এক্ষণে এইগুলিকে যথাস্থানে রাখিয়া পরস্পর ঠিক দেওয়া হইল। ঠিক দিবার সময় প্রথমে ৬ বর্গ ইঞ্চি নাবিলা, পরে  $৪+৯=১৩$  প্রাইম = ১ বর্গ ফুট ১ প্রাইম ; ৬ যের বামে ১ রাখিয়া ১ হাতে রহিল,  $১+৪৩+৪=৪৮$  বর্গ ফুট হইল। অতএব সমুদয়ে ৪৮ বর্গ ফুট, ১ বর্গ প্রাইম, ৬ ইঞ্চি হইল। ইত্যাদি। অন্যপ্রকারে করিলেও ঠিক এই উত্তরই পাওয়া যাইবে।



## বিবিধ উদাহরণ ।

১। একটি গৃহের দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চি, এবং বিস্তার ১১ ফুট ৩ ইঞ্চি ; গৃহটির মেজের ৩০ ইঞ্চি চওড়া কার্পেট মুড়িতে হইবে, এইরূপ মুড়িতে প্রতি গজ ৩ টাকা করিয়া খরচ পড়িবে ; সর্বশুদ্ধ কত খরচ পড়িবে বলিতে পার ?

প্রথমতঃ কার্পেটের দৈর্ঘ্য বাহির করিতে হইবে ; স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, মেজের ক্ষেত্রফল যতটুকু, কার্পেট ও তত টুকু আবশ্যিক । সুতরাং মেজের ক্ষেত্রফলকে কার্পেটের বিস্তার দিয়া ভাগ দিলে কার্পেটের দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে :—

ক্ষেত্রফল =  $18\frac{1}{2} \times 11\frac{3}{4} = 21 \times \frac{47}{4} = 247\frac{1}{2}$  বর্গ ফুট, সুতরাং কার্পেটের দৈর্ঘ্য =  $247\frac{1}{2} \div 2\frac{3}{4} = 247\frac{1}{2} \times \frac{4}{7} = 141\frac{1}{2}$  ফুট, এক গজ মুড়িবার খরচ ৩ টাকা ; সুতরাং  $141\frac{1}{2}$  ফুট মুড়িবার খরচ =  $\frac{3}{2} \times 141\frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = 849$  তিরিশী চারি আনা । ( উত্তর )

২। একটি ঠিক চারিকোণা ফুলের বাগান আছে, উহা দীর্ঘে ১৬০ ফুট, ও প্রস্থে ১০০ ফুট, বাগীচাটির চতুর্দিকে একটি বেড়াইবার পথ আছে, উহা প্রস্থে ৮ ফুট ; পথটির কালি কত ?

বাগীচার চারিদিকে রাস্তা আছে বলিয়া রাস্তাসমেত বাগীচার দৈর্ঘ্য ১৬৮ ফুট, ও বিস্তার ১০৮ ফুট, অতএব বাগীচাটির ক্ষেত্রফল =  $168 \times 108 = 18144$  বর্গ ফুট, আর রাস্তাছাড়া বাগানটির ক্ষেত্রফল =  $160 \times 100 = 16000$  বর্গ ফুট, অতএব রাস্তাটির ক্ষেত্রফল =  $18144 - 16000 = 2144$  বর্গ ফুট ।

৩। একটি গৃহ দৈর্ঘ্য ২৪ ফুট, ১০ ইঞ্চি, প্রস্থে ১৬ ফুট, ও উর্দ্ধে ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চি ; উহার চারিটা দেওয়ালের উপরিভাগ কাগজ দিয়া ঢাকিতে হইবে, কত বর্গ ফুট কাগজ লাগিবে বল ।

দীর্ঘ দেওয়াল দুইটির কালি =  $2 \times 28$  ফুট  $10$  ইঞ্চি  $\times 18$

ফুট ৬ ইঞ্চি  $= ২ \times ২৪ \frac{১}{২} \times ১৮ \frac{১}{২} = ২ \times ২৪ \frac{১}{২} \times ১৮ \frac{১}{২} = ২ \times \frac{১৪৪}{২} \times \frac{৩৬}{২} = \frac{১০৮ \times ৩৬}{১} = ৩৮৮৮$  বর্গ ফুট ;

আর গ্রহ দেওয়াল দুইটির কালি  $= ২ \times ১৬ \times ১৮ \frac{১}{২} = ২ \times ১৬ \times ৩৬ = ১১৫২$  বর্গ ফুট ;

অতএব সমগ্র চারিটি দেওয়ালের কালি  $= \frac{৩৮৮৮}{২} + ১১৫২ = ১৯৯২ = ১৫১০ \frac{১}{২}$  বর্গ ফুট ।

অতএব কাগজও  $১৫১০ \frac{১}{২}$  বর্গ ফুট লাগিবে ।

৪। একটি সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৮ ফুট ও বিস্তার ২৮ ফুট ; ইহার চারিটি ভূজের সমষ্টি যত হইবে, একটি বর্গক্ষেত্রের ভূজসমষ্টি ঠিক তত ; বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

সমকোণী সমান্তরিকের দীর্ঘ ভূজদ্বয়ের সমষ্টি  $= ৪৮ + ৪৮ = ৯৬$ ,  
সমকোণী সমান্তরিকের গ্রহ ভূজদ্বয়ের সমষ্টি  $= ২৮ + ২৮ = ৫৬$ ,

১. সমুদায় ভূজের সমষ্টি  $= ৯৬ + ৫৬ = ১৫২$  ফুট,

প্রত্যেকভূজের বর্গক্ষেত্রের চারিটি ভূজের সমষ্টি  $= ১৫২$  ফুট,

২. বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ  $= \frac{১৫২}{২} = ৭৬$  ফুট,

৩. বর্গক্ষেত্রের কালি  $= ৭৬ \times ৭৬ = ৭২৯৬ = ১৪৪৪$  বর্গ ফুট ।

### ৭ উদাহরণমালা ।

(১) নিম্ননির্দিষ্ট কয়েকটি বর্গক্ষেত্রের কালি কত ? প্রত্যেকের ভূজপরিমাণ নিম্নে নির্দিষ্ট আছে ।

(ক) ১৪ গজ, (খ) ২৪ গজ ; (গ) ২০½ গজ ; (ঘ) ৩০½ গজ ।

(উত্তর (ক) ১৯৬, (খ) ৫৭৬, (গ) ৭৫৬, (ঘ) ৯১৬)

(২) নিম্ননির্দিষ্ট কয়েকটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, উহাদের কালি কত হইবে ?

(ক) ২৫৫ ফুট ; (খ) ৮৮ গজ, ২ ফুট, ৩ ইঞ্চি ; (গ) ১২ চেন  
২৫ লিঙ্ক ; (ঘ) ১৮ চেন ৩৬ লিঙ্ক ।

(উত্তর (ক) ৩২৫১২.৫ বর্গ ফুট ; (খ) ৩৯৮৮ বর্গ গজ,  
২ ফুট, ৭৬.৫ ইঞ্চি ; (গ) ৭ একর, ২ রুড, ০.০৪ পোল ;  
(ঘ) ১৬ একর, ৩ রুড, ১৬.৭১৬৮ পোল )

(৩) নিম্ননির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল নির্দিষ্ট আছে,  
উহাদের ভূজপরিমাণ নির্ণয় কর । ( উত্তর ফুটে দিবে )

( ক ) ১২০ বর্গফুট ; ( খ ) ৪৭৮ বর্গ গজ, ১ বর্গ ফুট ; )  
(গ) ৫২৬ বর্গ গজ ২ বর্গফুট, ৯০ বর্গ ইঞ্চি; (ঘ) ১৫০ একর ;  
(ঙ) ২৫ একর ।

(উত্তর (ক) ১০.৯৫৪ ; (খ) ৬৫.৫৯৭ ; (গ) ৬৮.৮২৩ ;  
(ঘ) ২৫৫৬.১৬৯ ; (ঙ) ৩৪৬.১০৭ )

(৪) যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৭ বর্গ ইঞ্চি, তাহার কর্ণ-  
পরিমাণ কত ? [ উত্তর ৩.৭৪২ ইঞ্চি ]

[৫] একটী দাবা খেলিবার ছকঘরের প্রত্যেক পার্শ্বে ৮ টী  
করিয়া ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র বা চৌকী আছে ; সমগ্র ঘর থানির  
ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ ইঞ্চি ; ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রগুলির ভূজপরিমাণ  
নির্ণয় কর । [ উত্তর ১৬ ইঞ্চি ] .

( ৬ ) নিম্ননির্দিষ্ট সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রগুলির দৈর্ঘ্য ও  
বিস্তারের পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে ; উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল  
নির্ণয় কর ।

[ক]  $১৪ \times ২০$  ; [খ]  $২৪ \times ১৮$  ; [গ]  $১৫\frac{১}{২} \times ১৮$  ; [ঘ]  $১৮\frac{১}{২} \times ২০\frac{১}{২}$  .  
[ উত্তর (ক) ২৮০ ; (খ) ৪৩২ ; (গ) ২৭৯ ; (ঘ) ৩৭৪ $\frac{১}{২}$  ]

(৭) নিম্নলিখিত সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল  
ও দৈর্ঘ্য নির্দিষ্ট আছে, উহাদের বিস্তারপরিমাণ নির্ণয় কর ।

(ক) ক্ষেত্রফল ১০৫৬ বর্গ ফুট, ও দৈর্ঘ্য ১১ গজ ।

(খ) ক্ষেত্রফল ১ একর ও দৈর্ঘ্য ১১০ গজ ।

(গ) ক্ষেত্রফল ১ বর্গ মাইল, ও দৈর্ঘ্য ৫ মাইল ।

[ ঘ ] ক্ষেত্রফল ১০০০ একর, ও দৈর্ঘ্য ২৫ মাইল ।

[ উত্তর [ক] ৩২ ফুট ; [খ] ৪৪ গজ, [গ] ৩৫২ গজ ;

[ঘ] ১১০০ গজ ]

[ ৮ ] একটি সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৭ গজ ও বিস্তার ৩২ গজ, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

( উত্তর ১১৮৪ বর্গ গজ )

( ৯ ) যে বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ১৭ ইঞ্চি, উহার কালি কত ?

( উত্তর ২ বর্গ ফুট ১ ইঞ্চি )

( ১০ ) একটি টেবিলের ডালা দীর্ঘ ৩ ফুট ৭ ইঞ্চি, ও প্রস্থ ৩ ফুট ৫ ইঞ্চি, উহার উপরে কত স্থান আছে ?

[ উত্তর ১২ বর্গ ফুট ৩৫ ইঞ্চি ]

( ১১ ) একটি সমচতুর্ভুজাকার বাগিচার ভূজপরিমাণ ১৪৫ লিঙ্গ ; উহার কালি কত হইবে ? বর্গ গোলে উত্তর দিবে ।

[ উত্তর ৩৩৪ ]

[ ১২ ] একটি বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ৫ ফুট ৫ ইঞ্চি, ষাটশক প্রণালী অনুসারে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

[ উত্তর ২৯ বর্গ ফুট ৯ ষাটশক, ৬ ইঞ্চি ]

( ১৩ ) একটি সমচতুর্কোণ বাস্তুর ভিতরের পরিমাণ নির্দিষ্ট-প্রকার ; দৈর্ঘ্য বিস্তার ও খাড়াই প্রত্যেক পরিমাণ ৩ ফুট ৫ ইঞ্চি ; টিনের পাত কাটিয়া একটি বাস্ত্র নির্মাণ পূর্বক কাঠের বাস্তুর জিনিস উহাতে রাখিতে হইবে । কি পরিমাণ টিন কাটিতে হইবে বলিতে পার ? (উত্তর ৭০ বর্গ ফুট, ৬ ইঞ্চি)

(১৪) বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ কত হইলে উহার ক্ষেত্রফল ২১২ দীর্ঘ ও ১৮৩ বিস্তৃত আয়ত ক্ষেত্রের সমান হইবে ?

(উত্তর ১৫:৫০৪৪ হাত)

(১৫) কোন ব্যক্তির ২৫০ হাত দীর্ঘ ও ৭২ হাত প্রস্থ এক খণ্ড ভূমি ছিল, সে ৩০০ হাত দীর্ঘ এক খণ্ড সমান দরের ভূমির সহিত উহার বিনিময় করিল ; তাহার নূতন ভূমির বিস্তার কত হইবে ?

(উত্তর ৬০ হাত)

(১৬) যে আয়ত ক্ষেত্রের পার্শ্বদ্বয়ের পরিমাণ ৩০ হাত ও ২৭ হাত, তাহার সমানক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের এক পার্শ্বের পরিমাণ কত ?

(উত্তর ৯০ হাত)

(১৭) ৩৯২৫ হাত বর্গক্ষেত্রের পার্শ্বপরিমাণ কত ?

(উত্তর ৫৫ হাত)

(১৮) একটা চতুরস্র প্রাক্ষণের পরিসর যদি ২৬ গজ ৫ ইঞ্চি হয়, ও ক্ষেত্রফল ৬৮৩ বর্গ গজ ২ বর্গ ফুট ২৫ বর্গ ইঞ্চি হয় ; তাহা হইলে প্রাক্ষণটি যে সমচতুর্ভুজাকার তাহা সমপ্রমাণ কর ।

(উত্তর :—উহার দৈর্ঘ্য ও ২৬ গজ ৫ ইঞ্চি)

(১৯) একখণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ২৪ হাত ও প্রস্থ ৫ হাত, আর এক খণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ৮ হাত ; এখন ইহার প্রস্থ কত হইলে উহা পূর্বোক্ত গালিচার সহিত সমান হইবে ।

(উত্তর ১৫ হাত)

(২০) ৩৯২ দীর্ঘ এক সমচতুর্ভুজ ভূমিখণ্ডের মধ্যস্থলে একটা সমচতুরস্র পুঙ্করিণী আছে, এবং ঐ পুঙ্করিণীর প্রান্ত্যেক পাড়ে যে জমি আছে, তাহার বিস্তার ১২৮০ সাত কাঠা তিন পোয়া মাত্র ; ঐ পুঙ্করিণীর জলকরই বা কত, পাড়ই বা কত ?

(উত্তর জলকর ৭৮৪/১৬ ; পাড় ৪৮৪/৮)

(২০) “চারি হাত বর্গ” ও “চারি বর্গ হাত” এই উভয়ের পরস্পর অর্থ কত ? (উত্তর ১২ বর্গ হস্ত)

(২১) এক খানি তক্তা ১৮ ইঞ্চি চওড়া, উহা হইতে কতখানি লম্বা কাটিয়া লইলে টুকরা খানির কালি এক বর্গ গজ হইবে ? (উত্তর ২ গজ)

(২২) একটা সমকোণী সমান্তরিকের কর্ণ ৪৫৮ ফুট, এবং একটা ভূজ ৪৪২ ফুট ; উহার কালি কত ? (উত্তর ৫৩০৪০ বর্গ ফুট)

(২৩) চারিটা বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ যথাক্রমে ১, ২, ৪, ও ১০ ফুট ; এই চারিটা বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি যে বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের সমান, তাহার ভূজপরিমাণ কত ? (উত্তর ১১ ফুট)

(২৪) একটা জানালার খড়খড়ের দৈর্ঘ্য ৮ ফুট, ২ ইঞ্চি ও বিস্তার ৫ ফুট ৩ ইঞ্চি ; উহাতে ১৪ ইঞ্চি লম্বা ও ৯ ইঞ্চি চওড়া সাসী বসাইতে হইবে ; সর্বশুদ্ধ কতকগুলি সাসী লাগিবে ? (উত্তর ৪৯)

(২৫) ১৮ ফুট লম্বা, ও ১২ ফুট ৯ ইঞ্চি চওড়া একটা মেঝের উপর ইঁট বিছাইয়া মেজেম করিতে হইবে, ৯ ইঞ্চি লম্বা ও ৪½ ইঞ্চি চওড়া কত ইঁট হইলে উক্ত কার্য্য নিৰ্ব্বাহ হইতে পারে ? (উত্তর ৮১৬)

(২৬) প্রত্যেক ব্যক্তির দাঁড়াইবার জন্য যদি ২৭ ইঞ্চি  $\times$  ১৮ ইঞ্চি পরিমিত স্থানের প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে ১৫ কুট  $\times$  ৯ কুট পরিমিত স্থানে কত লোকের সমাবেশ হইতে পারে ? (উত্তর ৪০)

(২৭) এক আটা খানি জন্মাইতে যদি ৯ বর্গ ইঞ্চি স্থানের

প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে এক একর জমিতে কত আট্টা ধান জন্মিতে পারে ? (উত্তর ৬৯৬৯৬০)

(২৮) মনে কর এক বর্গ চেন স্থানে চারিটি গাছ জন্মিতে পারে, তাহা হইলে  $\frac{১}{২}$  মাইল লম্বা ও  $\frac{১}{৪}$  মাইল চওড়া বনে কত বৃক্ষ জন্মিবে ? (উত্তর ৩২০০)

(২৯) একটা প্রদেশের দৈর্ঘ্য ৬০০ মাইল ও বিস্তার ২০০ মাইল, ইহার মধ্যে ২০,০০০,০০০ লোকের বাস ; এইরূপ হিসাবে গণনা করিলে এক জন লোকের বাসের জন্য কত স্থান লাগে ? (উত্তর ৩৮৪)

(৩০) একটা বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ৮৫ গজ, ১০ গজ চওড়া একটা রাস্তা, উহার চতুর্দিক বেঠেন করিয়া আছে, রাস্তাটী ১ ফুট ৪ ইঞ্চি লম্বা ও ১০ ইঞ্চি চওড়া পাথর দিয়া বাঁধাইতে হইলে কত পাথর লাগিবে ? (উত্তর ৩০৭৮০)

(৩১) ৯ ইঞ্চি  $\times$  ৪ $\frac{১}{২}$  ইঞ্চি মাপের ১২৯৬খান টাইল দিয়া একটা উঠান বাঁধান হইয়াছে ; উক্ত উঠানের ৯ ভাগের এক ভাগ মাপের অপর একটা উঠান যদি প্রত্যেক পার্শ্ব ৬ ইঞ্চি মাপের টাইল দিয়া বাঁধাইবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে সর্বমুখ্য কত টাইল লাগিবে ? (উত্তর ১৬২)

(৩২) একটা আয়ত ক্ষেত্রের পরস্পর সমিক্রান্ত ভূজদ্বয় যথাক্রমে ৩৬ ও ২৫ : আর একটীর তাদৃশ ভূজদ্বয় ৯ ও ১৬ ; এই দুইটা আয়তক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ভূজগুলি পরস্পর তুলনা কর ।

(উত্তর বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ভূজদ্বয় পরস্পর ২ : ৫)

(৩৩) একটা গৃহের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও উচ্চতা, যথাক্রমে ১৮ ফুট, ১২ ফুট, ও ১০ ফুট ৬ ইঞ্চি ; ২৭ ইঞ্চি চওড়া কাগজ দিয়া

উক্ত গ্রহের দৈর্ঘ্যগুলি মুড়িতে হইলে কতখানি লম্বা কাগ-  
জের প্রয়োজন ? (উত্তর ২৮০ ফুট)

(৩৪) একটি আয়তক্ষেত্রের পরিমাণফল ১৩২৩ বর্গ ফুট ;  
উহার দৈর্ঘ্য বিস্তারের তিনগুণ ; উহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তারের  
পরিমাণ নির্ণয় কর । (উত্তর ২১ ফুট ও ৬৩ ফুট)

(৩৫) যদি একটি বর্গক্ষেত্র ও একটি আয়তক্ষেত্র এই উভ-  
য়ের পরিমিতি অর্থাৎ ভূজপরিমাণের সমষ্টি পরস্পর সমান হয়,  
তাহা হইলে বর্গক্ষেত্রটির পরিমাণফল আয়ত ক্ষেত্রটির পরিমাণ-  
ফল অপেক্ষা অধিক হইবে ।

(৩৬) এক কিতা জমির দৈর্ঘ্য ৪২৩৫ গজ ও বিস্তার ২৮০  
গজ ; যদি ১ একর জমির মূল্য ৫ পাউণ্ড ১০ শিলিং হয়, তাহা  
হইলে এই সমগ্র কিতাটির মূল্য কত হইবে ?

(উত্তর ১১০২ পা, ১০ শি)

(৩৭) একটি আয়তাকার উঠান দীর্ঘ ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চি ও  
প্রস্থ ১২ ফুট ৩ ইঞ্চি ; প্রত্যেক বর্গ ফুটে যদি ৪ পেনী খরচা  
পড়ে, তাহা হইলে সমগ্র উঠানটি পাথর দিয়া বাঁধাইতে সমুদয়ে  
কত খরচ পড়িবে ? (উত্তর ৩পা, ১৫ শি, ৬ই পেনী)

(৩৮) একটি বর্গক্ষেত্রাকার উঠানের কর্ণপরিমাণ ৩০ গজ,  
৯ বর্গ গজের প্রতি যদি ১ শিলিং করিয়া খরচ পড়ে, তাহা  
হইলে সমগ্র উঠানটির উপর খোয়া বাঁধাইতে কত খরচ  
পড়িবে ? (উত্তর ২ পা (১০ শি

(৩৯) একটি উঠানের দৈর্ঘ্য ৩২ ফুট ৩ ইঞ্চি, ও বিস্তার  
১৬ ফুট ৬ ইঞ্চি ; এক বর্গ ইঞ্চির প্রতি ৬ শিলিং ৪ পেনী ব্যয়  
পড়িলে সমগ্র উঠানটি বাঁধাইতে সর্বমুখ্য কত ব্যয় পড়িবে ?

(উত্তর ১৮ পা, ১৪ শি, ৫ই পেনী)



(৪০) একটি বর্গক্ষেত্রের উঠান বাঁধাইতে প্রতিবর্গ গজ ৩ শিলিঙ ৯ পেন্স করিয়া খরচ ধরিয়া সর্বশুদ্ধ ৩৮ পাউণ্ড ১০ শিলিঙ, ৫ পেন্স, ব্যয় পড়িয়াছে ; উঠানটির ভূজপরিমাণ নির্ণয় কর । (উত্তর ৪৩ ফুট)

(৪১) একটি কুটারীর দৈর্ঘ্য বিস্তার ও খাড়াই যথাক্রমে ২৩ ফুট, ১৮ ফুট ও ১২ ফুট ; ইহার দেওয়াল গুলিতে কাগজ মুড়িতে হইবে ; কাগজের বিস্তার এক গজ হইলে ওরূপ কাগজ সর্বশুদ্ধ কত লাগিবে ? (উত্তর ১০৯ গজ ১ ফুট)

(৪২) একটি ঘর ২৪ ফুট লম্বা, ১৫ ফুট চওড়া ও ১১ ফুট খাড়াই, ঘরটিতে তিনটি জানালা আছে, তন্মধ্যে প্রথমটি ৪ ফুট ৬ ইঞ্চি লম্বা ও ৩ ফুট চওড়া, আর দুইটি প্রত্যেকে ৬ ফুট ৬ ইঞ্চি লম্বা, ও ৫ ফুট চওড়া, আর একটি দরজা আছে, উহার দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ও বিস্তার ৪ ফুট ; ঐ ঘরটি চিত্রিত করিতে হইবে, চিত্র করিতে প্রতি বর্গ ফুটে ৩ পেনী করিয়া ব্যয় পড়িবে, সমুদয়ে কত ব্যয় পড়িবে বলিতে পার ?

(উত্তর ৯ পা, ৭ শি, ১০½ পেনী)

## তৃতীয় পরিচ্ছেদ ।

সমাস্তরিক ক্ষেত্র—অসমকোণী সমাস্তরিক ।

পূর্ব পরিচ্ছেদের আরম্ভে কথিত হইয়াছে যে, সমকোণী সমাস্তরিকের ত্রায় অসমকোণী সমাস্তরিকও দুই প্রকার, রম্বস ও রম্বস্‌ড্। রম্বস ও রম্বস্‌ড্ কাহাকে কহে, তাহা পূর্বেই কথিত হইয়াছে । এক্ষণে কিরূপে এই দুই প্রকার চতুর্ভুজের পরিমাণফল বা কালি বাহির করিতে হয়, তাহাই ব্যাখ্যাত হইতেছে ।

১। অসমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে :—

নিয়ম। নির্দিষ্ট অসমকোণী সমান্তরিকের ভূমিপরিমাণকে উক্ত ক্ষেত্রের উন্নতিপরিমাণ দিয়া গুণ কর। গুণফল নির্ণয় পরিমাণফল হইবে। ক্ষেত্রটির যে কোন ভূজকে ভূমি বলিয়া গ্রহণ করা যাইবে, উহার অভিমুখীন ভূজ হইতে উহার উপর লম্বপাত করিলে, ঐ লম্বপরিমাণই নির্দিষ্ট ক্ষেত্রটির উন্নতির পরিমাণ বলিয়া বুঝিতে হইবে। সুতরাং ভূমির পরিমাণকে উহার অভিমুখীন ভূজ হইতে উহার উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে।

[ ইহা দ্বারা স্পষ্টই বোধ হইতেছে, যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের কালি বাহির করিতে হইলে প্রথমতঃ উহার একটা ভূজের মাপ লইতে হইবে, পরে ঐ ভূজের অভিমুখীন ভূজ হইতে উহার উপর পাতিত লম্বের মাপ লইতে হইবে। এইরূপ মাপ লইয়া উভয়কে পরস্পর গুণ করিলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে। সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের যে ভূজটিকে ভূমি ধরা যায়, তাহার সম্মিহিত ভূজটাই তাহার লম্ব, অতএব উহাতে দৈর্ঘ্য ও বিস্তার গুণ করিলেই কালি পাওয়া যায়, কিন্তু অসমকোণী সমান্তরিকের যে ভূজটিকে ভূমি ধরা যায়, তাহার সম্মিহিত ভূজটা তাহার লম্ব নহে, সুতরাং স্বতন্ত্র লম্বপরিমাণ ধরিতে হয়। পরন্তু সমকোণী সমান্তরিকের ভূমিসম্মিহিত ভূজটাই যে রূপে উহার বিস্তারের পরিমাণ, সেইরূপ অসমকোণী সমান্তরিকের ভূমির উপর পাতিত লম্বেরখাই উহার বিস্তারের পরিমাণ, অতএব সামান্যতঃ সমান্তরিক ক্ষেত্রমাত্রেরই কালি বাহির করিতে হইলে “দৈর্ঘ্য পরিমাণকে বিস্তারপরিমাণ দিয়া গুণ কর” বলিয়া নিয়ম করিবার শু

রীতি আছে । বর্গক্ষেত্র ও রম্বসের চারিটা ভূজই পরস্পর সমান, সুতরাং উভয়ের কালি বাহির করিতে হইলে চারিটা ভূজের মধ্যে যেটাকে ইচ্ছা ভূমি ধরা যাইতে পারে, কিন্তু আয়ত ও রম্বস্ এই দ্বিবিধ ক্ষেত্রের পরস্পর অভিমুখীন দুই দুইটা ভূজই সমান, আর চারিটার মধ্যে দুইটা অপর দুইটা অপেক্ষা অধিকতর দীর্ঘ, এই দুই প্রকার ক্ষেত্রের কালি করিতে হইলে গণনার সুবিধার জন্য উহাদের দীর্ঘতর ভূজদ্বয়ের মধ্যে একটাকে ভূমি ধরাই রীতি । কেবল প্রক্রিয়ার সুবিধার জন্যই এরূপ করিতে হয়, নতুবা চারিটার মধ্যে যেটাকে ইচ্ছা ভূমি ধরিলেই কার্য চলিতে পারে ।]

বুক্তি । প্রথম অধ্যায়ের দ্বিতীয় পরিচ্ছেদের ১৩ শ উপ-পাদ্য, অর্থাৎ ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ৩৫ শ প্রতিজ্ঞা অনুসারে সপ্রমাণ হইয়াছে যে, একটা সমকোণী সমান্তরিক ও একটা অসমকোণী সমান্তরিক উভয়ে একই ভূমির উপর, ও একই সমান্তর ঋজুরেখার মধ্যে অবস্থিত হইলে, উভয়ের ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান হয় । মনে কর এক ভূমির উপর ও একই সমান্তর ঋজুরেখার মধ্যে মধ্যভাগে একটা সমকোণী ও একটা অসমকোণী সমান্তরিক স্বতন্ত্রভাবে অবস্থিত হইল, এক্ষণে সমকোণী সমান্তরিকটীর পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার ভূমিপরিমাণকে উহার সন্নিহিত ভূজপরিমাণ দ্বারা গুণ করিতে হইবে, কিন্তু উহার ভূমিসন্নিহিত ভূজটা ভূমির উপর লম্বস্বরূপ, সুতরাং ভূমিকে উহার সন্নিহিত ভূজদ্বারা গুণ করা, ও ভূমিকে উহার অভিমুখীন ভূজ হইতে উহার উপর পাতিত লম্বদ্বারা গুণ করা একই কথা ; অতএব বুঝা যাইতেছে যে, ভূমিপরিমাণকে লম্বপরিমাণদ্বারা গুণ করিলেই সমকোণী সমান্তরিকের

ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। আবার প্রকৃতপ্রস্তাবে সমকোণী সমান্তরিক ও অসমকোণী সমান্তরিক উভয়বিধ ক্ষেত্রই এক ভূমির উপর ও একই সমান্তর রেখার দ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত রহিয়াছে, সুতরাং সমকোণী সমান্তরিক ও অসমকোণী সমান্তরিক উভয় ক্ষেত্রেরই ভূমির উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ এক ও অভিন্ন। সুতরাং ভূমিপরিমাণকে সমকোণী সমান্তরিকেরই হউক বা অসমকোণী সমান্তরিকেরই হউক, উভয়ের মধ্যে যে কোন একটা লম্বদ্বারা গুণ করিলেই সমকোণী সমান্তরিকের পরিমাণফল পাওয়া যাইবে, কারণ উভয়ের ভূমি এক ও অভিন্ন, এবং লম্বও এক ও অভিন্ন। কিন্তু এক ভূমির উপর একই সমান্তর রেখার দ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত সমকোণী ও অসমকোণী উভয় সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল এক ও অভিন্ন। অতএব কোন একটা নির্দিষ্ট অসমকোণী সমান্তরিকের ভূমি ও লম্ব এই উভয় পরস্পর গুণ করিলে উহার সহিত একভূমিস্থ ও সমলম্ব সমকোণী সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে, কিন্তু একভূমিস্থ ও সমলম্ব সমকোণী ও অসমকোণী সমান্তরিকদ্বয়ের ক্ষেত্রফল সমান। সুতরাং কোন নির্দিষ্ট অসমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমিপরিমাণকে উহার অভিমুখীন ভূজ হইতে উহার উপর পাতিত লম্বপরিমাণদ্বারা গুণ করিলেই ক্ষেত্রটির পরিমাণফল পাওয়া যাইবে। এই জন্যেই অসমকোণী সমান্তরিকের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার ভূমিপরিমাণকে উন্নতি অর্থাৎ লম্বপরিমাণদ্বারা গুণ করিতে হয়। (গুণ করিবার পূর্বে ভিন্ন ভিন্ন জাতীয় রাশি থাকিলে সকল গুলিকে একজাতীয় রাশিতে পরিণত করিতে হয়।)

(অসমকোণী সমান্তরিক দুই প্রকার রম্বস ও রম্বস্‌ডু। রম্বসের চারিটা ভূজই পরস্পর সমান, সুতরাং উহার যে

কোনটাকে ভূজ ধরিলেই চলিতে পারে। রম্বস্ ক্ষেত্রের অন্যোন্যের অভিমুখীন দুই দুইটা ভূজ পরস্পর সমান, ইহার যে কোন একটি ভূজকে ভূমিস্বরূপ ধরিয়া লওয়া যাইতে পারে, কিন্তু সচরাচর দীর্ঘতর ভূজদ্বয়ের মধ্যে একটিকেই ভূমি ধরা য়ীতি ।)

উদাহরণ ।

(১) একটি সমান্তরিকের ভূজপরিমাণ ৫ ফুট ও উহার উন্নতি বা লম্ব ৩ ফুট ; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

$$\text{ক্ষেত্রফল} = ৫ \times ৩ = ১৫ \text{ বর্গ ফুট।}$$

(২) একটি সমান্তরিকের ভূজপরিমাণ ১৮ ইঞ্চি, ও উন্নতি বা লম্বপরিমাণ ২ ফুট ; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

$$২ \text{ ফুট} = ২৪ \text{ ইঞ্চি।} \therefore \text{ক্ষেত্রফল} = ১৮ \times ২৪ = ৪৩২ \text{ বর্গ ইঞ্চি} = ৩ \text{ বর্গ ফুট।}$$

যদি কোন সমান্তরিক ক্ষেত্রের পরিমাণফল ও ভূমি ও লম্ব অর্থাৎ এই উভয় পরিমাণের মধ্যে একটি নির্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে ভূমি ও উন্নতি এই উভয়ের মধ্যে যেটা নির্দিষ্ট আছে, তাহা দ্বারা ভাগ করিলেই অপরটা পাওয়া যাইবে। কারণ সূত্রানুসারে ক্ষেত্রফল = ভূমি  $\times$  উন্নতি বা লম্ব। যদি ভূমি “ভ”, উন্নতি বা লম্ব “ল” ও ক্ষেত্রফল = “ফ” হয়,

$$\text{তাহা হইলে } \overset{\text{ফ}}{\text{ফ}} = \overset{\text{ভ}}{\text{ভ}} \times \overset{\text{ল}}{\text{ল}} ; \text{ অতএব } \overset{\text{ফ}}{\text{ভ}} = \frac{\text{ফ}}{\text{ল}} ; \text{ এবং } \overset{\text{ল}}{\text{ল}} = \frac{\text{ফ}}{\text{ভ}} ।$$

উদাহরণ ।

(১) একটি রম্বসক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৫৬ বর্গ ফুট ও ভূমি ১৩ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার উন্নতি বা লম্ব কত হইবে ?

$$\text{সূত্রানুসারে লম্ব} = \frac{১৫৬}{১৩} = ১২ \text{ ফুট।}$$

(২) যদি কোন রম্বস্‌ড্ ক্ষেত্রের পরিমাণফল ১০০ হাত, ও লম্বপরিমাণ ৫ হাত হয়, তাহা হইলে উহার ভূমিপরিমাণ কত হইবে ?

প্রমানুসারে ভূমিপরিমাণ =  $\frac{১০০}{২} = ২০$  হাত ।

### বিবিধ উদাহরণ ।

(১) একটি রম্বস্‌ড্ ক্ষেত্রের সন্নিহিত ভূজদ্বয় ৮ ফুট ও ১৬ ফুট, এবং ইহার পরিমাণফল ইহার ভূজসমষ্টির সহিত সমান ভূজসমষ্টিবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফলের অর্ধেক ; ভূজদ্বয়ের প্রত্যেকটিকে ভূমি ধরিয়া উহার লম্বপরিমাণ নির্ণয় কর ।

নির্দিষ্ট ক্ষেত্রটির সমুদয় ভূজসমষ্টি =  $২ \times ৮ + ১৬ \times ২ = ১৬ + ৩২ = ৪৮$  ফুট ।

প্রমানুসারে বর্গক্ষেত্রটির ভূজসমষ্টি ৩৮ ; অতএব বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ = ১২ ফুট ।

অতএব বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $১২ \times ১২ = ১৪৪$  বর্গ ফুট ।  
কিন্তু প্রমানুসারে রম্বস্‌ড্ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল =  $\frac{১৪৪}{২} = ৭২$  ;  
৮ ফুট পরিমিত ভূজকে ভূমি ধরিলে লম্ব =  $\frac{৭২}{৮} = ৯$  ফুট ; ও  
১৬ ফুট পরিমিত ভূজটিকে ভূমি ধরিলে লম্ব =  $\frac{৭২}{১৬} = \frac{৯}{২} = ৪\frac{১}{২}$  ।

(২) একটি রম্বস্‌ড্ ক্ষেত্রের ভূমি ৪ ফুট ৬ ইঞ্চি, ও লম্বপরিমাণ ২ ফুট ৮ ইঞ্চি, ভূমিসন্নিহিত ভূজটি ৩ ফুট ; ৩ ফুট পরিমিত ভূজকে ভূমি ধরিলে উহার লম্বপরিমাণ কত হইবে ?

ভূমি =  $৪\frac{১}{২} = ৪\frac{১}{২}$  ; লম্ব =  $২\frac{৮}{১২} = ২\frac{২}{৩}$  ; ∴ ক্ষেত্রফল =  $৪\frac{১}{২} \times ২\frac{২}{৩} = ২ \times \frac{১১}{৩} = ৭\frac{২}{৩}$  ; যে ভূজটিকেই ভূমি ধরা যাউক না কেন, ক্ষেত্রফল একই হইবে, অতএব ৩ ফুট পরিমিত ভূজকে ভূমি ধরিলে ক্ষেত্রফল =  $৭\frac{২}{৩} = ৮$  ফুট ।

(৩) একটা রম্বসের প্রত্যেক ভূজ ১৮ ফুট, আর একটা কর্ণ রেখাও ১৮ ফুট ; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল কত ?

কর্ণ রেখাটা টানিলে উহা দ্বারা রম্বসটা দুই সমবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত হইবে, আর প্রত্যেক ত্রিভুজের উন্নতি  $১৮ \times .৮৬৬$  ফুট হইবে, কারণ সমবাহু ত্রিভুজে ভূজপরিমাণ ১ হইলে উন্নতি .৮৬৬ হয়, সুতরাং ভূজ ১৮ হইলে ভূজপরিমাণ অবশ্যই  $১৮ \times .৮৬৬$  হইবে। এই উন্নতিই সমগ্র রম্বস ক্ষেত্রটির উন্নতির সহিত এক ; অতএব রম্বসের পরিমাণফল  $= ১৮ \times ১৮ \times .৮৬৬ = ২৮০.৬$  বর্গ ফুট।

### ৮ উদাহরণমালা ।

১। একটা সমান্তরিকের ভূমি ১৪ গজ ও উন্নতি ৫ গজ, উহার ক্ষেত্রফল কত ? উত্তর ৭০ বর্গ গজ।

২। ভূমি ১৫ গজ ২ ফুট, উন্নতি ১১ গজ ১ ফুট ; ক্ষেত্রফল কত হইবে ? উত্তর ১৭৭ বর্গ গজ ৫ ফুট।

৩। ভূমি ১৬ গজ ২ ফুট ৩ ইঞ্চি, উন্নতি ১৪ গজ ২ ফুট ৮ ইঞ্চি ; উহার ক্ষেত্রফল কত ?

উত্তর ২৪৯ বর্গ গজ, ৩ ফুট, ৭২ ইঞ্চি।

৪। ভূমি ১৪ চেন ১৬ লিঙ্গ, উন্নতি ৯ চেন ৪৮ লিঙ্গ ; পরিমাণফল কত ? উত্তর ১৩ একর, ১ রুড, ২৭.৭৮৮৮ পো।

৫। একটা রম্বসের ভূজপরিমাণ ২ ফুট ৪ ইঞ্চি, ও লম্ব-পরিমাণ ৯.৩২ ইঞ্চি ; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

উত্তর ১ বর্গ ফুট ১১৬.৯৬ বর্গ ইঞ্চি।

৬। একটা সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য ৫.১৫ গজ, ও উন্নতি ৩ ফুট ৬ ইঞ্চি, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ? উত্তর ৬০০.৮৬ বর্গ গজ।

৭। একটী সমান্তরিকের পরিমাণকল ১১২৫ বর্গ ফুট, ও ভূমি ১৫ গজ; উহার লম্বপরিমাণ কত হইবে? উত্তর ২৫ ফুট।

৮। ক্ষেত্রফল ৯৩ বর্গ ফুট; ১৪০ বর্গ ইঞ্চি; ও ভূমি ৫ গজ, ১ ফুট, ৭ ইঞ্চি; উহার উন্নতি কত হইবে?

উত্তর ৫ ফুট ৮ ইঞ্চি।

৯। ক্ষেত্রফল ১৬০ বর্গ গজ, ৩ বর্গ ফুট, ৩৩ বর্গ ইঞ্চি, আর ভূমি ১৩ গজ ১ ফুট ৯ ইঞ্চি; উহার লম্বপরিমাণ কত?

উত্তর ৩৫ ফুট ৫ ইঞ্চি।

১০। একটী জমির ক্ষেত্রফল  $৫২/৫$ । আর উহার ভূজপরিমাণ ১০।০, উহার লম্বপরিমাণ কত হইবে?

উত্তর  $৫/২$  পাঁচ বিঘা, দুই কাঠা।

১১। একটী সমান্তরিকের সম্মিহিত ভূজদ্বয় যথাক্রমে ৮ ফুট ও ১৬ ফুট, ক্ষেত্রটীর পরিমাণকল উহার ভূজসমষ্টির সহিত সমান ভূজসমষ্টিবিশিষ্ট একটী বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের  $\frac{১}{৩}$  ভাগ, ক্ষেত্রটীর লম্বপরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর ১২ ফুট ও ৬ ফুট।

১২। একটী রম্বসের প্রত্যেক ভূজ ২৪ ফুট আর উহার একটী কর্ণরেখাও ২৪ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উত্তর ৪৯৮৮ বর্গ ফুট।

১৩। একটী রম্বসের প্রত্যেক ভূজ ৩২ ফুট, আর কোণ চারিটীর মধ্যে যে দুইটি বড়, সেই দুইটীর প্রত্যেকটাই অপর দুইটি কোণের প্রত্যেকের দ্বিগুণ; ক্ষেত্রটীর পরিমাণকল কত হইবে?

উত্তর ৮৮৬৮ বর্গ ফুট।



## চতুর্থ পরিচ্ছেদ ।

ত্রিভুজ ক্ষেত্র ।

১। কোন নির্দিষ্ট ত্রিভুজক্ষেত্রের পরিমাণফল বা কালি নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । ত্রিভুজটির যে কোন একটা ভূজকে ভূমি ধর, এবং ঐ ভূমির অভিমুখীন কোণ হইতে উহার উপর লম্বপাত কর । পরে ভূমি ও উহার লম্ব অর্থাৎ ত্রিভুজটির উচ্চায় ( উন্নতি ) এই দুইটা পরস্পর গুণ কর, গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ কর । করিলে উহাই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে ।

( ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কালি বাহির করিবার সময় প্রথমে উহার একটা ভূজ অর্থাৎ পার্শ্বের পরিমাণ গ্রহণ কর, পরে ঐ পার্শ্বের অভিমুখীন কোণ হইতে উহার উপর একটা লম্বরেখা টানিয়া উহার ও পরিমাণ গ্রহণ কর । পরে এই দুইটা পরিমাণ পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ করিলেই কালি পাওয়া যাইবে । গুণ করিবার সময় ভূমি ও উন্নতি এই উভয়ের মধ্যে একটীর অর্দ্ধেককে অপরটী দিয়া গুণ করা, আর উভয়কে পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ করা একই কথা । )

যুক্তি । প্রথম অধ্যায় দ্বিতীয় পরিচ্ছেদের পঞ্চদশ উপপাদ্যে অর্থাৎ ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের একচত্বারিংশ প্রতিজ্ঞার নির্ণীত হইয়াছে যে, যদি একটা সমকোণী সমান্তরিক ( যে কোন সমান্তরিক ) ও একটা ত্রিভুজ, একভূমিস্থ ও সমলম্ব হয়, তাহা হইলে ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির পরিমাণফল সমকোণী সমান্তরিকের [ যে কোন সমান্তরিকের ] পরিমাণফলের অর্দ্ধেক হইবে । প্রকৃত প্রস্তাবে মনে কর একটা ত্রিভুজ ও একটা সমকোণী সমা-

স্তরিক একই ভূমির উপর ও একই সমান্তর ঋজুরেখাঘরের মধ্যে অবস্থিত রহিয়াছে, সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ধারণ করিতে হইলে উহার ভূমিকে লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিতে হয়, এস্থলে সমান্তরিক ও ত্রিভুজ উভয়ের একই ভূমি ও একই লম্ব, সুতরাং ত্রিভুজের ভূমিকে উহার লম্বদ্বারা গুণ করিলেও সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। অতএব স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূমি ও লম্ব পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলেই অর্ধেক লইলেই ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে, কারণ ত্রিভুজের কালি উহার সহিত একভূমিস্থ ও সমলম্ব সমান্তরিকের অর্ধেক। আর সমান্তরিকের সহিত একভূমিস্থ ও সমলম্ব ত্রিভুজের ভূমি ও লম্ব এই উভয়ের গুণফল সমান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সহিত সমান, অতএব স্পষ্টই প্রতিপন্ন হইল যে, ত্রিভুজক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার ভূমি ও লম্ব পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্ধেক লইতে হইবে। [সমকোণী ত্রিভুজের ভূমিকে কোটি দ্বারা গুণ করিয়া উহার অর্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়, কারণ সমকোণী ত্রিভুজের কোটিই ভূমির লম্ব-স্বরূপ।]

উদাহরণ।

[১] একটা ত্রিভুজের ভূমি ২৬ ফুট, এবং উন্নতি অর্থাৎ লম্বপরিমাণ ২৮ ফুট; উহার পরিমাণফল কত হইবে?

সুত্রানুসারে নির্ণয় ক্ষেত্রফল  $= \frac{২৬ \times ২৮}{২} = ১৩ \times ২৮ = ৩৬৪$  বর্গ ফুট।

[২] একটা ত্রিভুজের ভূমি ৩ গজ, এবং ইহার উন্নতি ৪ ফুট, ৬ ইঞ্চি; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

৩ গজ = ৯ ফুট; ৩ ৪ ফুট ৬ ইঞ্চি =  $৩\frac{১}{২}$  ফুট;  $৯ \times ৩\frac{১}{২} = ১৪\frac{১}{২}$ ;  $১৪\frac{১}{২} \times \frac{১}{২} = ২০\frac{১}{৪}$ ; বর্গ ফুট।

(৩) একটি ত্রিভুজের ভূমি ৪৫ ফুট, এবং উন্নতি ৩৬ ফুট ;  
উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

$$\frac{১}{২} \times ৩৬ = ১৮ ; ১৮ \times ৪৫ = ৮১০ ; \text{অতএব নির্ণয় ক্ষেত্রফল} \\ = ৮১০ \text{ বর্গ ফুট।}$$

২। যদি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ভূমি ও লম্ব এই উভ-  
য়ের অন্যতর একটি নির্দিষ্ট থাকে তাহা হইলে নির্দিষ্ট ক্ষেত্র-  
ফলকে দ্বিগুণ করিয়া গুণফলকে ভূমি ও লম্বের মধ্যে যেটা নির্দিষ্ট  
আছে, তদ্বারা ভাগ করিলে অপরটা পাওয়া যাইবে। মনে কর  
ভূমি = ভ, লম্ব = ল, ক্ষেত্রফল = ফ, । ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল  
বাহির করিবার নিয়ম অনুসারে :—

$$\text{ফ} = \frac{\text{ভ} \times \text{ল}}{২} ; \therefore \text{ভ} \times \text{ল} = ২\text{ফ} ; \therefore \text{ভ} = \frac{২\text{ফ}}{\text{ল}}, \text{ও } \text{ল} = \frac{২\text{ফ}}{\text{ভ}}$$

উদাহরণ ।

[ ১ ] একটি ত্রিভুজের পরিমাণফল ৩৫২½ বর্গ ইঞ্চি, ও  
লম্বপরিমাণ ১৫ ইঞ্চি ; উহার ভূমিপরিমাণ কত হইবে ?

$$\text{নির্ণয় ভূমিপরিমাণ} = ৩৫২\frac{১}{২} \times ২ \div ১৫ = \frac{১০৫৬}{৫} = ২১১.২ \text{ ইঞ্চি।}$$

[ ২ ] একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৭২ বর্গ ফুট, ও ভূমি ১৮  
ফুট ; উহার লম্বপরিমাণ কত হইবে ?

$$\text{নির্ণয় লম্বপরিমাণ} = \frac{১২ \times ২}{১৮} = \frac{১২}{৩} = ৮ \text{ ফুট।}$$

৩। ত্রিভুজক্ষেত্রের তিনটি ভূজের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র  
নির্দিষ্ট আছে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। তিনটি ভূজের পরিমাণ একটী যোগ করিয়া সমষ্টির  
অর্দ্ধেক বাহা হইবে, তাহা স্বতন্ত্র করিয়া রাখ, তাহার পর ঐ  
অর্দ্ধেক হইতে প্রত্যেক ভূজের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র বিয়োগ  
কর ; করিলে যে তিনটি রাশি হইবে, সেই রাশিজন ও ঐ

অর্ধেক এই চারিটা রাশিকে পরস্পর গুণ কর। গুণফলের বর্গ-মূল নিষ্কাশন কর। ঐ বর্গমূলই ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হইবে।

[ তিনটি ভূজপরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে পারা যায় বটে, কিন্তু কার্যের সময় তিনটি ভূজ-পরিমাণ মাপিয়া ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে অনেক কুটিল প্রক্রিয়া করিতে হয়, অতএব জমি জরিপ করিবার সময় ত্রিভু-জের লম্ব ও ভূমি এই দুইটী পরিমাণ নির্ণয় করিয়া ১ম নিয়ম অনুসারে কালি করাই সুবিধা।

উদাহরণ।

[ ১ ] একটী ত্রিভুজের তিনটি ভূজ যথাক্রমে ২৪, ২৫, ও ২৬ ফুট ; ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

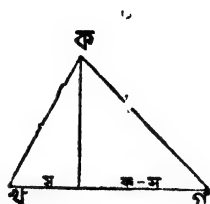
$২৪ + ২৫ + ২৬ = ৭৫$  ;  $\frac{১}{২} \times ৭৫ = ৩৭\frac{১}{২} = ৩৭.৫$  ;  $৩৭.৫ - ২৪ = ১৩.৫$  ;  $৩৭.৫ - ২৫ = ১২.৫$  ;  $৩৭.৫ - ২৬ = ১১.৫$  ;  $৩৭.৫ \times ১৩.৫ \times ১২.৫ \times ১১.৫ = ৭২৭৭৩.৪৩৭৫$  ; ৭২৭৭৩.৪৩৭৫ এই রাশিটির বর্গমূল নিঃশেষরূপে নিষ্কাশন করিতে পারা যায় না, তিন দশ-মিক স্থান পর্য্যন্ত ধরিলে নির্ণেয় বর্গমূল ২৬৯.৭৬৬ হইবে ; অত-এব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ২৬৯.৭৭ বর্গফুট।

(২) একটী ত্রিকোণ ভূমির তিনটি বাহু যথাক্রমে ২৭২, ২৭৫, ও ১৭৩ গজ ; উহার ক্ষেত্রফল কত একর হইবে ?

$\frac{১}{২} (২৭২ + ২৭৫ + ১৭৩) = ৩৬০$  ;  $৩৬০ - ২৭২ = ৮৮$  ;  $৩৬০ - ২৭৫ = ৮৫$  ;  $৩৬০ - ১৭৩ = ১৮৭$  ;  $১.৮৮ \times ৮৫ \times ১৮৭ \times ৩৬০ = ৫০৩৫৫৩৬০০$  ; এই রাশিটির বর্গমূল = ২২৪৪০ বর্গ গজ = ৪ একর, ২ কড়, ২১ $\frac{১}{২}$  পোল।

যুক্তি। মনে করু কখগ ত্রিভুজের ক কোণের অভিমুখীন খগ ভুজের নাম ক ; খ কোণের অভিমুখীন কগ

ভূজের নাম খ; ও গ কোণের  
অভিমুখীন কখ ভূজের নাম  
গ। মনে কর ক ভূজ ক কোণ  
হইতে উহার উপর পাতিত  
লম্ব দ্বারা দুই ভাগে বিভক্ত  
হইয়াছে; একটা ভাগের স এই



নাম দিলে অপর ভাগ = ক-স। এক্ষণে সমকোণী ত্রিভুজের  
নিয়মামুসারে লম্ব<sup>২</sup> = গ<sup>২</sup> - স<sup>২</sup> = খ<sup>২</sup> - (ক<sup>২</sup> - ২ কস × স<sup>২</sup>)

$$= খ^২ - ক^২ + ২ কস - স^২ \therefore স = \frac{১}{২ক} (ক^২ + গ^২ - খ^২); \therefore লম্ব$$

=  $\sqrt{গ^২ - স^২}$ ,  $\therefore$  প্রথম নিয়মামুসারে ত্রিভুজের ক্ষেত্র-  
ক

$$কল = \frac{১}{২} \sqrt{গ^২ - স^২} = \frac{১}{৪} ক^২ (গ + স) (গ - স);$$

“স” এই অজ্ঞাতরাশির স্থলে প্রাপ্ত সমরাশিকে “স”

$$\text{এই রাশির পরিবর্তে বসাইলে } গ + স = \frac{১}{২ক} (ক^২ + গ^২ -$$

$$খ^২ + ২কগ) = \frac{১}{২ক} (ক + খ + গ) (খ + গ - খ) \text{ এবং } গ - স =$$

$$\frac{১}{২ক} (খ^২ - গ^২ - ক^২ + ২কগ) = \frac{১}{২ক} (ক + খ - গ) (খ + গ - ক);$$

$$\text{অতএব নির্ণয় ক্ষেত্রকল} = \frac{১}{৪} ক^২ (ক + স) (গ - স) =$$

$$\frac{১}{৪} ক (ক + খ + গ) \frac{১}{৪} (ক + গ - খ) \frac{১}{৪} (ক + খ - গ) \frac{১}{৪} (খ + গ - ক)$$

ইহাই ত্রিভুজক্ষেত্রের পরিমাণকল নির্ণয় করিবার দ্বিতীয় নিয়ম।

বিবিধ উদাহরণ ।

১। একটি সমবাহু ত্রিভুজের ভূজপরিমাণ ১ ফুট ; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

প্রশ্নানুসারে ভূজত্রয়ের সমষ্টি = ৩ ফুট ; অতএব ভূজত্রয়ের সমষ্টির অর্ধেক =  $\frac{৩}{২}$  ;  $\frac{৩}{২} - ১ = \frac{১}{২}$  ;  $\therefore \frac{১}{২} \times \frac{১}{২} \times ২ = \frac{১}{৪}$  ; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  $\frac{১}{৪} \times \frac{১}{২} \times ৩ = .৩৭৫০১২৭$  ।

২। একটি বাটার এক পার্শ্বে ছাদের আলিসার উপর ত্রিভুজাকার একটি গাঁথনি আছে, বাটাটী ২৪ ফুট প্রশস্ত ও ভূমি হইতে ছাদের আলিসা ৩০ ফুট উচ্চ, এবং আলিসার উপরিভাগে নির্মিত ত্রিভুজাকার গাঁথনিটীর উর্দ্ধস্থ কোণ হইতে উহার ভূমি অর্থাৎ আলিসার উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ১০ ফুট ; সমেত ত্রিভুজাকার গাঁথনি বাটার ঐ পার্শ্বটীর পরিমাণফল কত ?

এস্থলে স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, একটি সমকোণী সমান্তরিকের উপর একটি ত্রিভুজ অঙ্কিত হইয়াছে ; সুতরাং ঐ সমান্তরিক ও ত্রিভুজ উভয়ের প্রত্যেকের পরিমাণফল স্বতন্ত্রভাবে বাহির করিয়া উভয়ের সমষ্টি করিলেই বাটার উক্ত পার্শ্বের পরিমাণফল পাওয়া যাইবে ।

বাটাটীর বিস্তার = ২৪ ফুট, ও উন্নতি = ৩০ ফুট,

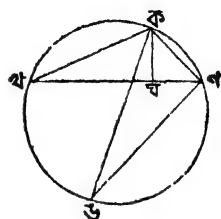
অতএব ভূমি হইতে আলিসা পর্য্যন্ত সমান্তরিকটীর পরিমাণফল =  $২৪ \times ৩০ = ৭২০$  বর্গ ফুট, আর আলিসার উপরিত্ত ত্রিভুজটীর ভূমি = ২৪ ফুট, ও লম্ব অর্থাৎ উন্নতি = ১০ ফুট ।

অতএব ত্রিভুজটীর পরিমাণফল =  $\frac{২৪ \times ১০}{২} = ২৪ \times ৫ = ১২০$  বর্গ ফুট অতএব সমগ্র পার্শ্বটীর পরিমাণফল =  $৭২০ + ১২০ = ৮৪০$  বর্গ ফুট ।

৩। একটি ত্রিভুজের তিনটি ভূজের পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে,

উহার বাহিরে উহার চতুর্দিকে অঙ্কিত বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

মনে কর কখগ একটি ত্রিভুজ,  
কঙ ঋজুরেখা উহার বহির্দেশে  
অঙ্কিত বৃত্তের অন্যতম ব্যাস, কঘ  
ঋজুরেখা ক কোণ হইতে খগ ভূমির  
উপর পাতিত লম্ব । গঙ বিন্দুদ্বয়  
পরস্পর সংযুক্ত কর ।



কগঙ বৃত্তার্দ্ধ বলিয়া কগঙ

কোণ একটি সমকোণ, অতএব কগঙ কোণ ঘ কোণের সহিত  
সমান । কোন বৃত্তের একই খণ্ডের অন্তর্গত কোণগুলি পর-  
স্পর সমান হয় বলিয়া কঙগ কোণ কখঘ কোণের সহিত  
সমান । ( ১ম অধ্যায়—২য় পরি—২০ উপ ), অতএব অব-  
শিষ্ট কখঘ কোণ অবশিষ্ট কঙগ কোণের সহিত সমান ।  
অতএব কখঘ ও কঙগ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র ।

এই জন্য আবার কখ:কঘ:: কঙ: কগ, অতএব কখ×কগ=  
কখ×কগ কখ×কগ×খগ  
কঘ×কঙ; অতএব কঙ =  $\frac{\text{কঘ} \times \text{কগ}}{\text{কখ} \times \text{খগ}}$

এক্ষণে মনে কর কখগ ত্রিভুজের তিনটি ভুজ যথাক্রমে  
১৩, ১৪, ও ১৫ ইঞ্চি । অতএব ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি-  
বার দ্বিতীয় নিয়ম অনুসারে কখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ৮৪ বর্গ  
ইঞ্চি ; অতএব উহার চতুর্দিকে অঙ্কিত ত্রিভুজের ব্যাস পরিমাণ  
=  $\frac{১৩ \times ১৪ \times ১৫}{৮৪} = \frac{২৭}{৪} = ৬\frac{৩}{৪}$ ; অতএব স্পষ্টই প্রতীয়মান হইতেছে  
যে, কোন ত্রিভুজের চতুর্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাস ত্রিভুজের  
ভুজদ্বয়ের গুণফলকে উহার পরিমাণফলের দ্বিগুণ দিয়া ভাগ  
করিলে বাহ্য ভাগফল হয়, তাহাই ।

৪। একটী সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ পরিমাণ ১০০, এবং একটী ভুজের পরিমাণ ৯৬; সমকোণ হইতে কর্ণরেখার উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ও ঐ লম্বদ্বারা কর্ণরেখাটী যে দুই অংশে বিভক্ত হইতেছে, তাহা নির্ণয় কর।

এস্থলে কর্ণ কথ =

১০০; এবং খগ = ৯৬;

অতএব  $১০০^২ - ৯৬^২ =$

$৭৮৪৮$ ;  $কগ = \sqrt{৭৮৪৮}$

$= ২৮$ ; এক্ষণে কগ ভূ

জকে ভূমিস্বরূপ ধরিলে

ভূমি  $\times$  লম্ব  $= ২$  পরিমাণফল বলিয়া,  $৯৬ \times ২৮ =$  ত্রিভুজটীর ক্ষেত্র-

ফলের দ্বিগুণ; আবার কথ কর্ণরেখাকে ভূজ ধরিলে  $১০০ \times$  খঘ  $=$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ। অতএব  $১০০ \times$  খঘ  $= ৯৬ \times ২৮$ ;

$\therefore$  কঘ  $= \frac{৯৬ \times ২৮}{১০০} = ২৬.৮৮$ । অতএব কথগ ত্রিভুজের খ সম-

কোণ হইতে কগ কর্ণের উপর পাতিত লম্ব  $= ২৬.৮৮$ ।

আবার গকথ সমকোণী ত্রিভুজের কগ  $= ২৮$ , গঘ  $= ২৬.৮৮$ ;

অতএব কঘ  $= \sqrt{(২৮^২ + ২৬.৮৮^২)} = \sqrt{(৭৮৪ - ৭২২.৫৩৪৪)}$

$= \sqrt{(৬১.৪৬৫৬)} = ৭.৮৪$ ;  $\therefore$  ঘখ  $=$  কথ  $-$  কঘ  $= ১০০ - ৭.৮৪$

$= ৯২.১৬$ ।

## ৯ উদাহরণমালা ।

১। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভূজ ও কোটি বথাক্রমে ২৫ ও ৮ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উত্তর ১০০ বর্গ ফুট।

২। একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ১০ ফুট ৫ ইঞ্চি, ও উন্নতি ৭ ফুট ৭ ইঞ্চি, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উত্তর ৩৯ বর্গ ফুট।



৩। একটি সমকোণী ত্রিভুজের পরস্পর লম্ব ভূজদ্বয় যথাক্রমে ১১০ ফুট, ৭ ইঞ্চি, ও ৪৯ ফুট ৬ ইঞ্চি, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ? বর্গ গজে উহার উত্তর দিবে। উত্তর ৩০৪.১০৪ বর্গ গজ ।

৪। একটি ত্রিভুজের ভূমি ৮ই গজ, ও লম্ব ৭ই ইঞ্চি ; উহার ক্ষেত্রফল কত বর্গ ফুট হইবে ? উত্তর ৭.৯৬৮৭৫ ।

৫। একটি বাটার আলিসার উপর একটি ত্রিভুজাকার গাঁথুনি আছে, উহার চূড়া হইতে ভূমির উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ৯ ফুট ৭ ইঞ্চি, এবং উহার ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ ফুট ; আলিসাটির দৈর্ঘ্য কত হইবে ? উত্তর ২০ ফুট, ১০.৪ ইঞ্চি ।

৬। কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ২০৮, এবং ভূমি : লম্ব :: ৫ : ১২ ; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

উত্তর ৭৬৮০ ।

৭। মনে কর একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরস্পর সমান ভূজদ্বয়ের মধ্যে প্রত্যেকটি ৭০০ ফুট, ও ভূমি ৬৯০ ফুট : এইরূপ চারিটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমবায় কত একর হইবে ?

উত্তর ১৯২৯৫৮ ।

৮। একটি সমবাহু ত্রিভুজের ভূজপরিমাণ ৩৮ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ? উত্তর ৬০.৫ বর্গ ফুট ।

৯। একটি ত্রিভুজের কং ভূজ ২২৫, কগ ভূজ ২৫২, ও খগ ভূজ ১৫৩, খ কোণ হইতে কগ ভূজের উপর পাতিত লম্ব ১৩৫ ; ক কোণ হইতে খগ ভূজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে ? উত্তর ২২২.৫ ।

১০। একটি সমকোণী ত্রিভুজের কোটিপরিমাণ ৩৭ এবং ভূমিপরিমাণ ৪২ ; সমকোণটির চূড়া হইতে কর্ণরেখার উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে ? উত্তর ২৭.৭৬৩ ।

১১। একটী সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণপরিমাণ ৮৫, এবং একটী ভুজ ৭৭; যদি কর্ণেরখাটীকে ত্রিভুজের ভূমি ধরা যায়, তাহা হইলে ত্রিভুজটীর উন্নতি, অর্থাৎ সমকোণ হইতে কর্ণের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে? উত্তর ৩২.৬১১৮।

১২। একটী ত্রিভুজের কথ ও খগ ভুজদ্বয়ের অন্তর্গত কোণটী একটী সমকোণ, কথ = ১২৮ ও খগ = ৪০ ফুট; খ কোণ হইতে কগ ভুজের উপর যদি একটী লম্ব পাতিত হয়, তাহা হইলে কখ ও ঘগ এই উভয়ের পরিমাণ কত হইবে?

উত্তর ১২৪.০৭২২ ও ৭.২২০৮ ফুট।

১৩। নিম্ননির্দিষ্ট পরিমাণবিশিষ্ট ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল কত হইবে?

[ক] ভূমি ১৮ ফুট, উন্নতি ৮ ফুট? (উত্তর—৭২ বর্গ ফুট)

[খ] ভূমি ৮ গজ ১ ফুট, উন্নতি ৫ গজ ২ ফুট? [উত্তর—২১২

[গ] ভূমি ১০ গজ ২ ফুট ৬ইঞ্চি, উন্নতি ৭গজ ১ফুট ৩ইঞ্চি?

[উত্তর—

১৪। নিম্নলিখিত পরিমাণবিশিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(ক) কর্ণপরিমাণ ৪২.১, ভুজ ২৯? [উত্তর—

(খ) কর্ণ ৭৩০ ভুজ ১৫২? উত্তর—

১৫। নিম্ননির্দিষ্ট পরিমাণ ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(ক) ভুজত্রয় যথাক্রমে ৫, ৫, ৬? [উত্তর—

(খ) “ “ ৬৫, ৬৫, ১১২? [উত্তর—

(গ) “ “ ৮৫, ৮৫, ১৫৪? [উত্তর—

(ঘ) “ “ ৩৭৩, ৩৭৩, ৫০৪? [উত্তর—

(ঙ) “ “ ৩৫০.১, ৩৬০.৪, ৩৬০.৫?

১৬। দুইটী ত্রিভুজের ভুজগুলি যথাক্রমে ২, ৩, ৪, এবং ৬, ৭, ও ৯; তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত, উহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর—

১৭। একটী ত্রিভুজের ভুজত্রয় যথাক্রমে ১১, ২৪, ও ৩১; সপ্রমাণ কর যে উহার ক্ষেত্রফল  $৬৬\frac{১}{৩}$  হইবে।

১৮। একটী ত্রিভুজের ভুজত্রয় যথাক্রমে ৬৮, ৭৫, ও ৭৭; ত্রিভুজটীর মধ্য দিয়া দীর্ঘতম ভুজের সহিত সমান্তর একটী ঋজু-রেখা টানা হইয়াছে; এই সমান্তর ঋজুরেখা দ্বারা অবশিষ্ট ভুজ-দ্বয় সমানভাবে বিভাজিত হইয়াছে; ত্রিভুজটী যে দুই অংশে বিভক্ত হইয়াছে, উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[উত্তর—

১৯। একটী ত্রিভুজের ভুজগুলি যথাক্রমে ১১১, ১৭৫, ও ১৭৬; ত্রিভুজটীর মধ্য দিয়া উহার দীর্ঘতম ভুজের সহিত সমান্তর দুইটী ঋজুরেখা টানা হইয়াছে; এই দুইটী ঋজুরেখা দ্বারা অবশিষ্ট ভুজদ্বয় সমভাবে ত্রিখণ্ডিত হইয়াছে, ত্রিভুজটী যে তিন খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে, উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [উত্তর—

২০। একটী ত্রিভুজের তিনটী ভুজ যথাক্রমে ১৩, ১৪, ও ১৫ ফুট; ১৪ ফুট পরিমিতি ভুজের উপর উহার অভিমুখীন কোণ হইতে পাতিত লম্বের পরিমাণ নির্ণয় কর। উত্তর—

২১। একটী ত্রিভুজের তিনটী ভুজ যথাক্রমে ৫১, ৫২ ও ৫৩; ফুট; ৫২ ফুট পরিমিতি ভুজের উপর উহার অভিমুখীন কোণ হইতে পাতিত লম্বের পরিমাণ নির্ণয় কর; ও ঐ লম্বদ্বারা ত্রিভুজটী যে দুই ত্রিভুজে বিভক্ত হইয়াছে; উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর—

২২। একটী বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ১০০ ফুট ; বর্গক্ষেত্রের মধ্যে একটী বিন্দু গ্রহণ করা হইল, ঐ বিন্দুটী অন্যতম ভূজের প্রান্তদ্বয় হইতে যথাক্রমে ৬০ ফুট ও ৮০ ফুট অন্তরে অবস্থিত ; বিন্দুটীকে বর্গক্ষেত্রের চারিটী কোণিক বিন্দুর সহিত সংযুক্ত করিয়া দিলে যে চারিটী ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

উত্তর—

২৩। কখগ একটী ত্রিভুজ, ক কোণ হইতে খগ ভূজের উপর কঘ লম্ব পাতিত হইয়াছে ; কঘ = ১৩ এবং ঘ বিন্দু হইতে কখ ও কগ ভূজদ্বয়ের উপর পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৫, ও ১০০.৪ ফুট ; ত্রিভুজটীর ভূজত্রয়ের পরিমাণ ও উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

উত্তর—

২৪। একটী ত্রিভুজাকার ধাতুক্ষেত্রের পার্শ্বত্রয় যথাক্রমে ৩৫০, ৪৪০, ও ৭৫০ গজ, এই ক্ষেত্রটীর বাৎসরিক খাজানা ২৬ পাউণ্ড, ৬ শিলিং, একরের প্রতি বাৎসরিক খাজামার কত পড়ত হইল নির্ণয় কর ।

উত্তর—

২৫। একটী ত্রিভুজের ভূজত্রয় যথাক্রমে ৫, ১২, এবং ১৩ এই তিন রাশির সহিত সমানুপাত, ত্রিভুজটীর পরিমিতি অর্থাৎ ভূজত্রয়ের সমষ্টি ৫০ গজ ; উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

উত্তর—

২৬। একটী বাটীর এক পার্শ্ব ছাদের উপর একটী ত্রিভুজাকার গাঁথুনি আছে ; বাটীটীর বিস্তার ২৭ ফুট, ভূমি হইতে কার্ণিস পর্যন্ত ৩৫ ফুট উচ্চ, এবং ত্রিভুজাকার গাঁথুনির উন্নতি ১২ ফুট ; এই পার্শ্বটী সমুদয় চিত্রিত করিতে প্রতি বর্গ গজে ৩ শিলিং ৯ পেনী করিয়া ব্যয় পড়িলে, সমুদয়ে কত ব্যয় পড়িবে বলিতে পার ।

উত্তর—

২৭। একটী ত্রিভুজের ভূজত্রয় যথাক্রমে ২৯৩, ২৮৫, ও ৬৮, ইহার বহির্দেশে অঙ্কিত বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসপরিমাণ কত হইবে ?  
উত্তর—

২৮। যে বর্গক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ৬ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?  
উত্তর ১৮ বর্গ ফুট ।

২৯। যে আয়তক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ১০ ফুট, ও একটী ভূজের পরিমাণ ৮ ফুট ; ইহার ক্ষেত্রফল কত ?

উত্তর ৪৮ বর্গ ফুট ।

৩০। ৩২, ৪৮ হস্ত পরিমিত ভূজত্রয়বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা, ১৫০ হস্ত দীর্ঘ ও ৪৫ হস্ত বিস্তৃত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত গুরু বা লঘু ?  
উত্তর ৬০০৩০৪ ইঞ্চি বর্গ অধিক ।

৩১। যে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের একটী ভূজ ২৫৪ ও শীর্ষ কোণ হইতে তদুপরি পাতিত লম্বের পরিমাণ ১১০ ; তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।  
উত্তর বিঘা ১৫১৫৮০ ।

৩২। একটী ত্রিভুজ ও একটী বর্গক্ষেত্র এই উভয়ের ক্ষেত্রফল সমান, বর্গক্ষেত্রটির ভূজপরিমাণ ৪২০১২৩৫ গজ, এবং ত্রিভুজটির উন্নতি ৩৮০৪১২৬ গজ ; ত্রিভুজের ভূমিপরিমাণ কত ?

উত্তর ১২৬ গজ ।

৩৩। একটী ত্রিভুজ ও একটী বর্গক্ষেত্র উভয়ের ক্ষেত্রফল সমান, ত্রিভুজটির তিনটী ভূজ যথাক্রমে ৫০০, ৮০০, ও ৭৮০ ফুট ; বর্গক্ষেত্রটির ভূজপরিমাণ কত হইবে ?

উত্তর ১৪৪৮২২২ গজ ।

## পঞ্চম পরিচ্ছেদ ।

বিষম চতুর্ভুজ বা ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্র ।

সমান্তরিক ব্যতীত আর সমুদয় চতুর্ভুজ ক্ষেত্রেরই সাধারণ নাম ট্রাপিজিয়ম বা বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্র । বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্র-সমূহের মধ্যে যেগুলির ভূজচতুষ্টয়ের মধ্যে দুইটি মাত্র অন্যান্য-সম্মুখীন ভুজ সমান্তর আর দুইটি সমান্তর নহে তৎসমুদয়কে ট্রাপিজিয়ড এই পারিভাষিক সংজ্ঞায় নির্দেশ করা হইয়া থাকে ।

কিঞ্চিৎ অনুধাবন করিয়া দেখিলে স্পষ্টই প্রতীয়মান হইবে যে, সমান্তরিক ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে যেরূপ যুক্তি ও প্রণালী অবলম্বন করিতে হয়, বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে সেইরূপ যুক্তি ও প্রক্রিয়া কার্য্য-কর হয় না, সুতরাং বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবার জন্য স্বতন্ত্র নিয়মের প্রয়োজন । বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কালি করিতে শিখিবার পূর্বে শিক্ষার্থীদিগকে ত্রিভুজক্ষেত্রের কালি করিতে শিখিতে হইবে ।

নিয়ম । কোন নির্দিষ্ট বিষম চতুর্ভুজের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ ক্ষেত্রটীর কর্ণদ্বয়ের মধ্যে একটা কর্ণ টানিয়া ক্ষেত্রটীকে দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করিতে হইবে, পরে ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবার নিয়ম অনুসারে উক্ত ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল পৃথক্ পৃথক্ নির্ণয় করিতে হইবে । পরে ঐ দুই ক্ষেত্রফল পরস্পর যোগ করিলেই সমষ্টি নির্ণেয় ক্ষেত্র-ফল হইবে ।

(এ স্থলে বিষম চতুর্ভুজের অন্যতর কর্ণ ও ঐ কর্ণের পরস্পর বিপরীত পৃষ্ঠে উৎপন্ন ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্চায় অর্থাৎ উন্নতি নির্দিষ্ট থাক। আবশ্যিক ।)

## উদাহরণ ।

১। কখগঘ নামক একটী বিষম চতুর্ভুজের অন্যতম কর্ণের পরিমাণ ১২ ফুট, এবং ঐ কর্ণের উপর উহার উভয়পৃষ্ঠস্থ অভিমুখীন কোণ হইতে পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৩ ও ৪ ফুট, অর্থাৎ খঙ ৩ ফুট, ও ঘচ ৪ ফুট ; সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত হইবে ?

এস্থলে কগ = ১২

ফুট, খঙ = ৩ ফুট,

ঘচ = ৪ ফুট ;

অতএব কগখ ত্রি-

ভুজের ক্ষেত্রফল =

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 3 = 18 ;$$

কগঘ ত্রিভুজের

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 12 \times 4$$

$$= 24 ;$$

$18 + 24 = 42$  ; অতএব সমগ্র চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল ৪২ বর্গ ফুট ।

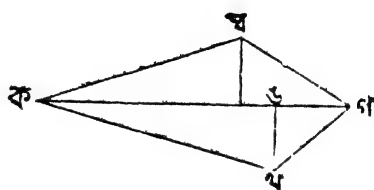
২। একটী বিষম চতুর্ভুজের কর্ণপরিমাণ ৮৮ হস্ত, এবং উহার অভিমুখীন কোণদ্বয় হইতে উহার উপর পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৩০, ও ২৫ হস্ত ; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর ।

এস্থলে কর্ণরেখা ও দুই দুইটী ভুজের দ্বারা উপর ত্রিভুজ-দ্বয়ের মধ্যে :—

$$\text{একের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times 88 \times 30 = 1320 ;$$

$$\text{অন্যের " " } = \frac{1}{2} \times 88 \times 25 = 1100 ;$$

$1320 + 1100 = 2420$  বর্গ হস্ত । অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল = ২৪২০ বর্গ হস্ত ।



[কোন বিষম চতুর্ভুজের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উক্ত বিষম চতুর্ভুজকে উহার কর্ণরেখা টানিয়া দুইটী ত্রিভুজে বিভক্ত করিয়া প্রত্যেক ত্রিভুজের পরিমাণফল পৃথক্ পৃথক্ নির্ণয় পূর্বক উহাদের সমষ্টি বাহির করিতে হয়; কিন্তু এরূপ না করিয়া উন্নতিপরিমাণদ্বয়ের সমষ্টিকে কর্ণপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেও উক্ত পরিমাণফল পাওয়া যায়, অথচ প্রক্রিয়ার সংক্ষেপ হইয়া থাকে, ফলতঃ উভয় প্রক্রিয়া একই, কিন্তু শেষেরটী অতিশয় সংক্ষিপ্ত। প্রথম উদাহরণে উন্নতিপরিমাণদ্বয়ের সমষ্টি =  $8+7=15$  ফুট, অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  $15 \times 12 \times 9 = 82$  বর্গ ফুট। এইরূপ সর্বত্রই বুঝিতে হইবে।]

যেখানে কোন চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় অন্যান্যসম্পাত স্থলে পরস্পর সমকোণ করে, তথায় পূর্বোক্ত নিয়মের পরিবর্তে নিম্নলিখিত নিয়ম অনুসারে প্রক্রিয়া করিলেই নির্ণেয় পরিমাণফল পাওয়া যাইবে।

নিয়ম। দুইটী কর্ণকে পরস্পর গুণ করিয়া, গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ করিলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ।

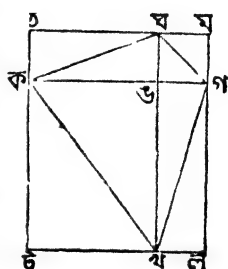
১। একটী চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ২৬ ফুট ও ২৪ ফুট, এবং তাহারা পরস্পর সম্পাতে সমকোণ করিতেছে, ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত?

সুত্রানুসারে নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  $\frac{26 \times 24}{2} = 26 \times 12 = 312$  বর্গফুট।

(রম্বসক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় অন্যান্যসম্পাত দ্বারা সমকোণ উৎপন্ন করে, সুতরাং রম্বসের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার কর্ণদ্বয়ের পরিমাণকে পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেও ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।)



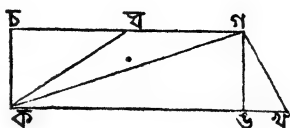
যুক্তি । একটা প্রতিকৃতি অঙ্কিত করিলেই উপরি উক্ত নিয়-  
মের যুক্তি স্পষ্টরূপে বুঝিতে পারা যাইবে । মনে কর কখগঘ  
যেন এরূপ একটা চতুর্ভুজ ক্ষেত্র যে উহার কগ ও খঘ কর্ণদ্বয়  
পরস্পর সমকোণ করিতেছে । মনে কর কগ ও খঘ কর্ণদ্বয়  
ও বিন্দুতে পরস্পর কর্তন করিতেছে । ক ও গ বিন্দুদ্বয়ের মধ্য  
দিয়া খঘ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর  
ঋজুরেখা টান, ও খ ও ঘ বিন্দুদ্বয়ের  
মধ্য দিয়া কগ ঋজুরেখার সহিত  
সমান্তর ঋজুরেখা টান । এই প্রকারে  
টলম্য সমকোণী সমান্তরিক উদ্ভূত  
হইবে । এক্ষণে স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে  
যে, কঙখ ত্রিভুজ খটক ত্রিভুজের  
সহিত সমান, খঙগ ত্রিভুজ গলখ  
ত্রিভুজের সহিত সমান, গঙঘ ত্রিভুজ  
ঘমগ ত্রিভুজের সহিত সমান, এবং ঘঙক ত্রিভুজ কখঘ ত্রি-  
ভুজের সহিত সমান । অতএব স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, কখগঘ  
চতুর্ভুজ টলম্য সমকোণী সমান্তরিকের অর্ধেক । অতএব  
কখগঘ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কগ ও খঘ কর্ণদ্বয়ের গুণফলের  
অর্ধেক ।



ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিবার নিমিত্ত  
একটা স্বতন্ত্র নিয়ম নির্দিষ্ট হইয়া থাকে । নিম্নে সেই নিয়মটা  
প্রদত্ত হইল ।

মনে কর কখগঘ একটা ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্র । ইহার কখ  
ও গঘ ভূজদ্বয় পরস্পর সমান্তর । গ বিন্দু হইতে কখ ঋজু-  
রেখার সহিত সমকোণ করিয়া গঙ ঋজুরেখা টান, এবং ক বিন্দু

হইতে গঘ ঋজুরেখার সহিত  
সমকোণ করিয়া কচ ঋজুরেখা  
টান। তাহা হইলে কখগ ত্রিভু-  
জের ক্ষেত্রফল =  $\frac{১}{২}$  কখ  $\times$  গঙ ;  
আর কঘগ ত্রিভুজের ক্ষেত্র-



ফল =  $\frac{১}{২}$  গঘ  $\times$  কচ। এক্ষণে স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, কচ  
= গঙ ; অতএব চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটির পরিমাণফল = গঙ  $\times$   
(কখ + গঘ) এই যুক্তি অনুসারে নিম্নলিখিত নিয়মটী উদ্ভাবিত

২  
হইয়াছে।

নিরম। কোন নির্দিষ্ট ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের পরিমাণফল  
নির্ণয় করিতে হইলে উহাদের পরস্পর সমান্তর ভূজদ্বয়কে উহা-  
দেব উভয়ের অন্তর্গত পরস্পরের লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া  
গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ কর। উহাই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল।

উদাহরণ।

১। একটি ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর ভূজদ্বয় যথাক্রমে  
২ ফুট ৬ ইঞ্চি, এবং ৩ ফুট ৪ ইঞ্চি, আর ইহাদের উভয়ের  
মধ্যগত লম্বের পরিমাণ ১ ফুট ৮ ইঞ্চি ; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল  
কত ?

২ ফুট ৬ ইঞ্চি =  $২\frac{১}{২}$  ফুট ; ৩ ফুট ৪ ইঞ্চি =  $৩\frac{২}{৩}$  ফুট ; ১ ফুট  
৮ ইঞ্চি =  $১\frac{২}{৩}$  ফুট,  $২\frac{১}{২} + ৩\frac{২}{৩} = ৫\frac{৫}{৬}$  ; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  
 $\frac{১}{২} \times ৫\frac{৫}{৬} \times ১\frac{২}{৩} = \frac{১}{২} \times \frac{৫৫}{৬} \times \frac{৪}{৩} = \frac{১১৫}{৯} = ১২\frac{৭}{৯}$  বর্গ ফুট।

২। একটি ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর ভূজদ্বয় যথাক্রমে  
২৩৪ ও ১০৪ ইঞ্চি ; আর উহাদের লম্বপরিমাণ ৯২ ইঞ্চি ; ক্ষেত্র-  
টির পরিমাণফল কত ?

$$(২৩৪' + ১০৪) \times ২২$$

স্থানানুসারে নির্ণয় ক্ষেত্রফল:

২

$$১৫৫৪৮ \text{ বর্গ ইঞ্চি} = ১০৭ \text{ বর্গ ফুট } ৪০ \text{ ইঞ্চি।}$$

বিবিধ উদাহরণ।

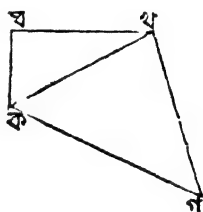
১। কষখগ একটা বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্র; কষ=৩ ফুট  
ঘখ=৪ ফুট; খগ=৬ ফুট; গক=৭ ফুট; আর কষক  
কোণ একটা সমকোণ; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর।

কখ কর্ণরেখা টান; কষখ  
সমকোণী ত্রিভুজ বলিয়া কখ=  
 $\sqrt{(৩+১৬)} = \sqrt{(২৫)} = ৫$

অতএব কষখ ত্রিভুজের  
ক্ষেত্রফল =  $\frac{১}{২} \times ৪ \times ৩ = ৬$ ; আর

কখগ ত্রিভুজের ভূজত্রয়ের  
পরিমাণ জানা হইল বলিয়া

উহার ক্ষেত্রফল এই প্রকারে নির্ণীত হইবে।



$৫+৬+৭=১৮$ ;  $\frac{১}{২} \times ১৮ = ৯$ ;  $৯-৫=৪$ ;  $৯-৬=৩$ ;  
 $৯-৭=২$ ;  $৯ \times ৪ \times ৩ \times ২ = ২১৬$ ;  $\sqrt{(২১৬)} = ১৪.৬৯৭$  তিন  
দশমিক স্থান পর্য্যন্ত। অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল =  
 $৬ + ১৪.৬৯৭ = ২০.৬৯৭$  বর্গ ফুট।

২। একটা রম্বস ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৮০ ফুট ও  
৬০ ফুট; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল, প্রত্যেক ভূজের দৈর্ঘ্য, ও  
ক্ষেত্রের উচ্চায় কত নির্ণয় কর।

$$\text{পরিমাণফল} = \frac{১}{২} \times ৮০ \times ৬০ = ২৪০০ \text{ বর্গ ফুট।}$$

রম্বসক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান্তরালে দ্বিখণ্ডিত হয়, অত-

এই ইহার ভূজপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইলে একরূপ একটি সম-  
কোণী ত্রিভুজের কর্ণপরিমাণ নির্ধারণ করিতে হইবে, যাহার  
ভূজপরিমাণ যথাক্রমে ৪০ ও ৩০ ফুট। অতএব নির্ণেয় কর্ণ-  
পরিমাণ =  $\sqrt{(২৫০০)}$  অতএব নির্ণেয় ভূজপরিমাণ = ৫০ ফুট।

আবার ক্ষেত্রটির উন্নতি =  $\frac{২৫০০}{৫০} = ৫০$  ফুট।

৩। একটি ট্রাপিজিয়ড ক্ষেত্রের পরস্পর সমান্তর ভূজদ্বয়ের  
মধ্যে একটি অপরটি অপেক্ষা ২ ইঞ্চি বড়, ক্ষেত্রটির উন্নতি  
৭ ইঞ্চি, ও পরিমাণফল ৬৬½ বর্গ ইঞ্চি; প্রত্যেক সমান্তর ভূজের  
পরিমাণ নির্ণয় কর।

মনে কর ক্ষুদ্রতর ভূজের পরিমাণ স; সুতরাং অপর  
ভূজটি স+২; অতএব প্রশ্নানুসারে  $(২স+২) \times ৭$

$$\frac{১৪ স + ১৪}{২} = \frac{১৩৩}{২} \text{ অতএব } ১৪ স + ১৪ = ১৩৩ \text{ অতএব } ১৪ স =$$

$$১১৯, \text{ অতএব } স = \frac{১১৯}{১৪} = ৮\frac{৭}{১৪} = ৮\frac{১}{২};$$

সুতরাং স+২ =  $৮\frac{১}{২} + ২ = ১০\frac{১}{২}$ ; অতএব সমান্তর ভূজদ্বয়  
যথাক্রমে  $৮\frac{১}{২}$  ও  $১০\frac{১}{২}$  ইঞ্চি।

### ১০ম উদাহরণমালা।

১। যে বিষম চতুর্ভুজের কর্ণরেখা ৫০০৮ ফুট; ও লম্বদ্বয়  
যথাক্রমে ১০০১২, ও ৮০৪ ফুট; তাহার পরিমাণফল কত?

উত্তর ৬৪৩৭৪০৮।

২। কর্ণরেখা ৫৪ ফুট; লম্বদ্বয় ২৩ ফুট ৯ ইঞ্চি; ও ১৮ ফুট  
৩ ইঞ্চি; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল কত? উত্তর ১১৩৪ বর্গ ফীট।

৩। কর্ণরেখা ১০ চেন ১৪ লিঙ্ক, লম্বদ্বয় ৬ চেন ২৭ লিঙ্ক ও  
৮ চেন ৬ লিঙ্ক; পরিমাণফল কত? উত্তর ৭২৬৫৩১ বর্গ চেন।

৪। কর্ণরেখা ১৮ গজ ২ ফুট; ও লম্বদ্বয়ের সমষ্টি ১৬ গজ ১ ফুট; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর। উত্তর ১৩৭২ বর্গ ফুট।

৫। একটি বিষম চতুর্ভুজের ভূজ ৩৭ একর, ১ রুড, ১৬ পোল; ও একটি কর্ণ ২৫ চেন; পরস্পর অভিমুখীম কোণদ্বয় হইতে উক্ত কর্ণের উপর পাতিত লম্বদ্বয়ের সমষ্টি নির্ণয় কর।

উত্তর ২৯.৮৮ চেন।

৬। একটি ট্রাপিজিয়ড ক্ষেত্রের, পরস্পর সমান্তর ভূজদ্বয় ৩ ফুট ও ৫ ফুট; আর লম্ব পরিমাণ ১০ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত? উত্তর ৪০ বর্গ ফুট।

৭। সমান্তর ভূজদ্বয় ১০ ফুট, ও ১২ ফুট, আর লম্বপরিমাণ ৪ ফুট, ক্ষেত্রফল কত? উত্তর ৪৪ বর্গ ফুট।

৮। যে ট্রাপিজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর ভূজদ্বয় ৩৬ ও ৪৪ ফুট; ও লম্বপরিমাণ ৯ ফুট; তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ—৪০ বর্গ গজ।

৯। একটি ট্রাপিজিয়ড আকার ধান্যক্ষেত্রের সমান্তর ভূজদ্বয় ১৮৫৬ ও ১৬২৩ লিঙ্ক, এবং লম্বপরিমাণ ২১৫০ লিঙ্ক; উহার পরিমাণফল কত? (উত্তর ৩৭ একর, ১ রুড, ২৩.৮৮ পোল)

১০। একটি ট্রাপিজিয়ড আকার প্রদেশের সমান্তর ভূজদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ২৭৬ মাইল ও ২১৬ মাইল, ইহার বিস্তার ১৪৫ মাইল; উহার পরিমাণফল কত একর হইবে?

উত্তর ২২৮২৮৮০০ একর।

১১। সমান্তর ভূজদ্বয় ১৪ গজ ও ২০ গজ, ও লম্বপরিমাণ ১২ গজ; ক্ষেত্রফল কত? উত্তর ২০৪ বর্গ গজ।

১২। সমান্তর ভূজদ্বয়ের সমষ্টি ৬২৫ লিঙ্ক; ও লম্বপরিমাণ ১৬০ লিঙ্ক; পরিমাণফল নির্ণয় কর। উত্তর ৫ বর্গ চেন।

১৩। একটি ট্রাপিজিয়ড ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৩৬ একর;

আর সমান্তর ভূজদ্বয়ের সমষ্টি ২৪২ গজ ; উহাদের অন্তর্গত লম্বের পরিমাণ কত ? উত্তর ১২৫ গজ ।

১৪ । একটি ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর রেখাদ্বয়, ৩ ফুট, ও ৫ ফুট ; ও লম্বপরিমাণ ১০ ফুট ; সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের ঠিক মধ্যস্থলে অর্থাৎ উহাদের অন্তর্গত লম্বকে সমভাগে দ্বিখণ্ডিত করিয়া উহার ছেদবিন্দুর মধ্য দিয়া উক্ত ঋজুরেখাদ্বয়ের সহিত সমান্তর অপর একটি ঋজুরেখা টানা হইল ; ট্রাপীজিয়ডটী যে দুই ভাগে বিভক্ত হইল, উহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফল স্বতন্ত্র-রূপে নির্ণয় কর । উত্তর ১৭½ বর্গ ফুট ও ২২½ বর্গ ফুট ।

১৫ । একটি ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর ভূজদ্বয় ১৪ ফুট ও ২০ ফুট ও লম্বপরিমাণ ১০ গজ ; ক্ষেত্রটীর মধ্যভাগে সমান্তর ভূজদ্বয়ের সহিত সমান্তর করিয়া দুইটি ঋজুরেখা টানা হইয়াছে, এই দুই ঋজুরেখাদ্বারা অপর ভূজদ্বয় প্রত্যেকে তিন তিন সমান অংশে বিভক্ত হইয়াছে, ক্ষেত্রটী যে তিন অংশে বিভক্ত হইয়াছে, উহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফল নির্ণয় কর ।

উত্তর ৬০, ৬৮, ও ৭৬ বর্গ গজ ।

১৬ । কোন একটি চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণরেখাদ্বয় যথাক্রমে ২৬ ফুট, ও ২৪ ফুট ; এবং ইহারা পরস্পর সমকোণ করিতেছে, ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর । • উত্তর ৩১২ বর্গ ফুট ।

১৭ । একটি রম্বস ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় ৮৮ গজ ও ১১০ গজ, ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত ? উত্তর ১ একর ।

১৮ । একটি রম্বস ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় ৬৪ গজ ও ৩৬ গজ ; ইহার পরিমাণফল কত ? প্রত্যেক বর্গ গজে চারি আনা করিয়া পড়িলে এই ক্ষেত্রটীর উপর মাটির চাপড়া বসাইতে কত ব্যয় পড়িবে ? উত্তর ১১৫২ বর্গ গজ ; ১৯ পাউণ্ড ৪ শিলিং ।

১৯। একটি রম্বস ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৫২২০৪ বর্গ ফুট ; এবং ইহার একটি কর্ণ ২৪৮ ফুট ; অপরটির পরিমাণ কত ?

উত্তর ৪২১ ফুট ।

২০। কথংগঘ একটি চতুর্ভুজ, কথ = ২৮ ফুট, থং = ৪৫ ফুট, গঘ = ৫১ ফুট ; ঘক = ৫২ ফুট ; কর্ণরেখা = ৫৩ ফুট ; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল নির্ণয় কর । উত্তর ১৮০০ বর্গ ফুট ।

২১। একটি বিষম চতুর্ভুজের ভূজচতুষ্টয় যথাক্রমে ২৭, ৩৬, ৩০ ও ২৫ ফুট ; এবং প্রথম দুইটি ভূজের অন্তর্গত কোণ একটি সমকোণ ; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল নির্ণয় কর ।

উত্তর ৮৩৯.৫৫৩ বর্গ ফুট ।

২২। একটি রেলওয়ে প্লাটফর্মের পরস্পর অভিমুখীন ভূজদ্বয় সমান্তর, এবং ইহার অবশিষ্ট ভূজদ্বয় পরস্পর সমান, সমান্তর ভূজদ্বয় যথাক্রমে ৮০ ফুট ও ৯২ ফুট ; সমান ভূজদ্বয় প্রত্যেকে ১০ ফুট ; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল কত ?

উত্তর ৬৮৮ বর্গ ফুট ।

২৩। একটি রম্বস ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৮৮, ও ২৩৪ ফুট ; ইহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ; আর ইহার ভূজের দৈর্ঘ্য, ও ক্ষেত্রটির উন্নতি এই দুইটিও নির্ণয় কর । উত্তর ১০২৯৬ বর্গ ফুট ।

২৪। এমন একটি সমবাহু ত্রিভুজ আছে, যাহার ক্ষেত্রফল এমন একটি ট্রাপিজিয়ড ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সহিত সমান, যাহার সমান্তর ভূজদ্বয় যথাক্রমে ১ ইঞ্চির  $\frac{1}{3}$  ও  $\frac{2}{3}$  ভাগ, এবং বিস্তার ১ ইঞ্চির  $\frac{2}{3}$  ভাগ ; ত্রিভুজটির ভূজপরিমাণ নির্ণয় কর ।

উত্তর—১.৩৪৬৮ ইঞ্চি ।

## ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ ।

বহুভুজ ক্ষেত্র—সমবহুভুজ ও বিষম বহুভুজ ।

চতুর্ভুজ ক্ষেত্র পর্বাস্ত স্বতন্ত্র নামে পরিগণিত হইয়া থাকে, সুতরাং চারি অপেক্ষা অধিক ভুজবিশিষ্ট ক্ষেত্রের সাধারণ নাম বহুভুজ । বহুভুজ ক্ষেত্র দুই প্রকার, সমবহুভুজ ও বিষম বহুভুজ । যে বহুভুজের সকল ভুজ ও সকল কোণ পরস্পর সমান, তাহার নাম সমবহুভুজ, আর যাহার ভুজ ও কোণগুলি পরস্পর সমান নহে, তাহাকে বিষম বহুভুজ কহে ।

সমবহুভুজ ক্ষেত্র ।

পঞ্চভুজ, ষড়্ভুজ, সপ্তভুজ, অষ্টভুজ প্রভৃতি সমুদায় সমবহুভুজ ক্ষেত্রকেই উহাদের ভুজসংখ্যানুসারে পরস্পর সমান ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করা যাইতে পারে, অর্থাৎ যাহার যত গুলি ভুজ, তাহাকে তত গুলি সমান ত্রিভুজে বিভক্ত করিতে পারা যায়, পঞ্চভুজ পাঁচটি, ষড়্ভুজ ছয়টি, সপ্তভুজ সাতটি, অষ্টভুজ আটটি ইত্যাদি সমান ত্রিভুজে বিভক্ত হয় । সমবহুভুজ ক্ষেত্রের মধ্যস্থলে এরূপ একটা বিন্দু আছে, যে উহা হইতে ক্ষেত্রের যে কোন ভুজের উপর লম্বপাত কর, লম্বগুলি পরস্পর সমান হইবে, এই বিন্দুটিকে সমবহুভুজ ক্ষেত্রের কেন্দ্র কহে । এক্ষণে স্পষ্টই প্রতীয়মান হইতেছে যে, কোন নির্দিষ্ট সমবহুভুজ ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে, উহা যতগুলি ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত হইতে পারে, তৎসমুদয়ের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র নির্ণয়পূর্বক উহাদের সমষ্টি গ্রহণ করিতে হইবে, এই সমষ্টিই নির্ণয় ক্ষেত্রফল । সমবহুভুজ ক্ষেত্রের সমুদায় ভুজগুলি পরস্পর সমান, ও উহার কেন্দ্র হইতে প্রত্যেক ভুজের উপর পাতিত লম্ব



পরস্পর সমান, সুতরাং স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, স্বতন্ত্রভাবে সমুদয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়পূর্বক উহাদের সমষ্টি গ্রহণ না করিয়া সমুদয় ভুজের সমষ্টিকে লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইতে পাবে । যদি ভুজপরিমাণকে ১ ধরা যায়, তাহা হইলে পঞ্চভুজ ষড়ভুজ প্রভৃতি কোন প্রকার বহুভুজের লম্বপরিমাণ কত হইবে তাহা ত্রিকোণমিতির সাহায্যে একটা তালিকাকারে লিখিত হইয়াছে, অতএব ভুজপরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে সকল প্রকার সমবহুভুজ ক্ষেত্রের লম্বপরিমাণ এই তালিকার সাহায্যে অনায়াসে নির্ণীত হইতে পারে । সুতরাং কোন নির্দিষ্ট সমবহুভুজ ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণমাত্র নির্দিষ্ট থাকিলেও উক্ত তালিকার সাহায্যে উহার লম্বপরিমাণ নির্ণয় করিয়া উপরিউক্ত নিয়মানুসারে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় অতি সহজেই সম্পন্ন হয় । নিম্নে সমবহুভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবার জন্য পারিভাষিক নিয়ম প্রদত্ত হইল ।

নিয়ম । নির্দিষ্ট সমবহুভুজ ক্ষেত্রের সমুদয় ভুজের পরিমাণ করিয়া, ঐ সমষ্টিকে বহুভুজের কেন্দ্র হইতে উহাৰ যে কোন ভুজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক দ্বারা গুণ কর, ঐ গুণফল নির্ণেয় পরিমাণফল হইবে ।

( যদি লম্বপরিমাণ নির্দিষ্ট না থাকে উল্লিখিত তালিকা হইতে দেখিয়া লও )

উদাহরণ ।

১। একটা সমপঞ্চভুজের ভুজপরিমাণ ১২৫ ইঞ্চি, এবং কেন্দ্র হইতে ঐ ভুজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ৮৬ ইঞ্চি ; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল নির্ণয় কর ।

কেন্দ্র হইতে উক্ত ভুজের পার্শ্বে ঋজুরেখা টানিলে যে

ত্রিভুজটা উৎপন্ন হইবে সেটীর ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} (১২৫ \times ৮৬) = ৫৩৭৫$  বর্গ ইঞ্চি ; ক্ষেত্রটা সমপঞ্চভুজ বলিয়া এইরূপ পাঁচটী ত্রিভুজ হইবে, সুতরাং সমগ্র ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $= ৫৩৭৫ \times ৫ = ২৬৮৭৫$  বর্গ ইঞ্চি ।

এক্ষণে সূত্রানুসারে নির্ণয় ক্ষেত্রফল  $= \frac{১২৫ \times ৮৬ \times ৮৬}{২} = ২৬৮৭৫$  বর্গ ইঞ্চি ।

২। একটী সম সপ্তভুজের ভূজপরিমাণ ৫৯ ফুট ; উহার পরিমাণফল কত ?

ইহার লম্বপরিমাণ  $= ৫৯ \times ১.০৩৮২৬১$  ;

অতএব নির্ণয়

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{৫৯ \times ৭ \times ১.০৩৮২৬১ \times ৫৯}{২} =$$

১৪০৫.৫১৭ বর্গ গজ ।

বিষম বহুভুজ ক্ষেত্র ।

বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে, উহাকে সুবিধামত ত্রিভুজ, সমচতুর্ভুজ, বিষম চতুর্ভুজ ট্রাপিজিয়ড প্রভৃতি ক্ষেত্রে বিভক্ত করিয়া তৎতৎক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণায়ক সূত্রের সাহায্যে, প্রত্যেকের ফল নির্ণয়পূর্বক সমষ্টি করিলে নির্ণয় পরিমাণফল পাওয়া যাইবে ।

উদাহরণ ।

১। কখগঘঙ একটী বিষম পঞ্চভুজ ক্ষেত্র, খছ, ও ঘট এই দুইটী ঋজুরেখা কগ কর্ণের লম্বদ্বয়, আর ঙঠ ঋজুরেখা কম ঋজুরেখার লম্ব ; নিম্নলিখিত মাপগুলি জরিপ আমীন গ্রহণ করিয়াছে ।

কগ = ১৯.৪ ফুট ; কম = ৮.৭ ফুট ; খজ = ৪.৮ ফুট ;

ঘট = ৬.৫ ফুট ; ঙঠ = ৩.২ ফুট ; সমগ্র ক্ষেত্রের পরিমাণফল কত ?

ত্রিভুজক্ষেত্রের নিয়মামুসারে:—

কখগ ত্রিভুজের পরিমাণফল

$$= \frac{1}{2} \times ১০.৪ \times ৪.৮ = ২৪.৯৬ ;$$

কগঘ ত্রিভুজের পরিমাণফল

$$= \frac{1}{2} \times ১০.৪ \times ৩.৫ = ১৩.৮ ;$$

কঙঘ ত্রিভুজের পরিমাণফল

$$= \frac{1}{2} \times ৮.৭ \times ৩.২ = ১৩.৯২ ;$$

অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটির পরিমাণফল

$$= ২৪.৯৬ + ১৩.৮ + ১৩.৯২ = ৫১.৬৮ বর্গ ফুট ।$$

২। কখগঘঙচ একটি বিষম বড়ভুজ ; খট, গঠ, উড, চত, এই কয়টি কষ ঋজুরেখার লম্ব ; নিম্নে কয়েকটি মাপ ফুটে গ্রহণ করা হইয়াছে ; কট=৩, গঠ=৪, উড=৪.৭, চত=৫.১ ; কঠ=৩.৪, টঠ=৩.২, ঠঘ=৪.১, কচ=৩.৩, চড=৫.৩ ; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল নির্ণয় কর ।

উল্লিখিত মাপগুলি হইতে নিম্নলিখিত মাপগুলি পাওয়া যাইবে,  
কঘ=১০.৭, কড=৮.৬, অতএব ডঘ=১০.৭-৮.৬=২.১,

কটখ ত্রিভুজের পরি-

$$\text{মাণফল} = \frac{1}{2} \times ৩.৪ \times ৩ = ৫.১,$$

খটঠগ ট্রাপিজিয়ডের

$$\text{পরিমাণফল} = \frac{1}{2} \times ৭ \times ৩.২ =$$

$$১১.২,$$

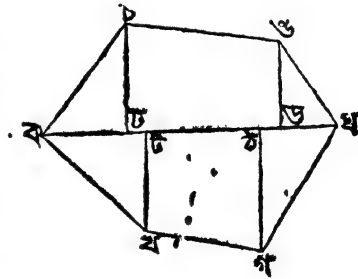
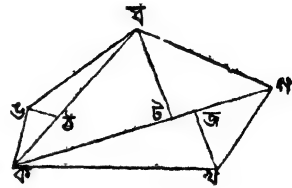
ঘঠগ ত্রিভুজের পরি-

$$\text{মাণফল} = \frac{1}{2} \times ৪.১ \times ৪ = ৮.২,$$

কচচ ত্রিভুজের পরি-

$$\text{মাণফল} = \frac{1}{2} \times ৩.৩ \times ৫.১ = ৮.১১৫,$$

$$\text{চতডঙ ট্রাপিজিয়ডের পরিমাণফল} = \frac{1}{2} \times ৯.৮ \times ৫.৩ = ২৫.৮৭,$$



উডঘ ত্রিভুজের পরিমাণফল =  $\frac{1}{2} \times ২.১ \times ৪.৭ = ৪.৯৩৫$ ,

অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটির পরিমাণফল =  $৫.১ + ১১.২ + ৮.২ + ৮.৪১৫ + ২৫.৯৭ + ৪.৯৩৫ = ৬৩.৮২$  বর্গ ফুট ।

### বিবিধ উদাহরণ ।

১। একটি সম বড়ভুজের ভুজপরিমাণ ১ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

সম বড়ভুজ ক্ষেত্র ছয়টি পরস্পর সমান সমবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত হইতে পারে । এইরূপ করিলে প্রত্যেক ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times ১ \times ১$  ; অতএব এইরূপ ছয়টি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি =  $\frac{1}{2} \times ১ \times ১ \times ৬ = ৩$  ।

২। একটি বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্ধপরিমাণ ১ ফুট, ইহার অভ্যন্তরে একটি সমদ্বাদশভুজ অঙ্কিত হইয়াছে ; দ্বাদশভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

সম দ্বাদশভুজকে দ্বাদশটি সমান বিভক্ত করিতে পারা যায়, এবং এরূপ করিলে প্রত্যেক ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2}$  বর্গফুট, অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটির পরিমাণফল =  $\frac{1}{2} \times ১২ = ৬$  বর্গফুট ।

### ১১ উদাহরণমালা ।

১। যে সমবড়ভুজের ভুজপরিমাণ ২০ ফুট, তাহার পরিমাণফল কত ?  
উত্তর ১০৩.২৩ বর্গফুট ।

২। একটি বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ ১০০ ফুট, ইহার অভ্যন্তরে একটি সমবড়ভুজ অঙ্কিত হইয়াছে, বড়ভুজটির ক্ষেত্রফল কত ?

উত্তর ৬৪৯৫.২ বর্গফুট ।

৩। একটি সমবড়ভুজাকার পুষ্পোদ্যান আছে, উহার

প্রত্যেক ভূজ জরিপে ১০ চেন হইয়াছে, ক্ষেত্রটির পরিমাণফল কত ?  
উত্তর—২৫৯.৮১ বর্গফুট ।

৪। একটি বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্ধপরিমাণ ১ ফুট ; বৃত্তটির অভ্যন্তরে একটি সম অষ্টভুজ অঙ্কিত হইয়াছে ; অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল কত ?  
উত্তর—২১½ বর্গফুট ।

৫। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধপরিমাণ ১ ফুট, উহার মধ্যে একটি সম চতুর্বিংশভুজ অঙ্কিত হইয়াছে ; বহুভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।  
উত্তর—৬৪.১১৭৬৪ বর্গফুট ।

৬। যে ষড়্ভুজের ভূজপরিমাণ ১৭ ফুট ৬ ইঞ্চি, ও তদুপরি পাতিত লম্বের পরিমাণ ১৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?  
উত্তর—১১০২.৫ বর্গফুট ।

৭। যে সম দশভুজের ভূজপরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?  
উত্তর—৩০৭৭.৬৮ বর্গফুট ।

৮। ফি ফুট বেড়া দিতে কুটকরা ৪ সিলিং ৮ পেনী খরচে যে সম অষ্টভুজাকার ক্ষেত্রের বেড়া দিতে ৮৪০ পাউণ্ড পড়িয়াছে, তাহার অন্তর্গত ভূমিতে থোয়া দিতে কত ব্যয় পড়িবে, যদি থোয়া দিবার খরচ প্রতিবর্গ গজ ১০½ পেনী হয় ?  
উত্তর—৪৭৫২ পাউণ্ড, ১৯ সিলিং ১½ পেন্স ।

৯। কখগঘঙ একটি বিষম পঞ্চভুজ ; জরিপ আমীন ফুটের মাপে কতকগুলি মাপ লইয়াছে, কগ=১৬, কঘ=১২ ; খ ও ঘ হইতে কখ রেখার উপর পতিত লম্বদ্বয় যথাক্রমে ৮.৪, ও ৪.৬, আর ঙ হইতে কঘ ভুজের উপর পাতিত লম্ব ৫ ফুট ; ক্ষেত্রটির পরিমাণফল নির্ণয় কর ।  
উত্তর—১৩৪ বর্গফুট ।

১০। কখগঘঙচ একটি বিষম ষড়্ভুজ ; খট, গঠ, উড, চড, এই গুলি কঘ রেখার উপর পাতিত লম্ব ; জরিপ আমীন

ফুটের মাপে কতকগুলি মাপ লইয়াছে, কখ=১৮·৪, খট=৫, গঠ=৭; উড=৬, চঢ=৪, কট=৪·৭, কঢ=৪·৭, কঢ=৪·১, ঘঠ=৫·৩, ঘড=৪·৯; ষড়্ভুজটির পরিমাণকল নির্ণয় কর।

উত্তর—১৫·৬ বর্গফুট।

১১। কখগঘঙ একটি ষড়্ভুজ ক্ষেত্র, ইহার ছয়টি ভুজই পরস্পর সমান; কখ=৫৭·৮ ফুট, খচ=৬৪·৪ ফুট, এবং খগ-ঙচ ক্ষেত্রটি একটি সমকোণী সমান্তরিক; সমগ্র ষড়্ভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর=৬৮১৩০·৫২ বর্গফুট।

১২। কখগঘঙ একটি পঞ্চভুজ, ইহার ঙ কোণ একটি সমকোণ; নিম্নে ফুটের মাপে কতকগুলি মাপ লওয়া হইয়াছে, কখ=১৪, খগ=৭, গঘ=১০, ঘঙ=১২, ঙক=৫, কগ=১৭; সমগ্র ক্ষেত্রটির পরিমাণকল কত?

উত্তর—১৪২·৫৫৭ বর্গফুট।

১৩। কোন একটি বিষম পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের প্রথম ভূজের পরিমাণ ৪০ হাত, দ্বিতীয় ভুজ ১৩০ হাত, তৃতীয় ভুজ ৬০ হাত, চতুর্থ ভুজ ৭০ হাত, ও পঞ্চম ভুজ ৮০ হাত, এবং উহার প্রথম ও পঞ্চম ভূজের অন্তর্কর্তী কোণ হইতে দ্বিতীয় ও তৃতীয় ভূজের অন্তর্কর্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায়, তাহার পরিমাণ ১৫০ হাত, ও শেষোক্ত কোণ হইতে চতুর্থ ও পঞ্চম ভূজের অন্তর্কর্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায়, তাহার পরিমাণ ১২০ হাত। ক্ষেত্রটির পরিমাণকল কত?

উত্তর—৭৬৬২·১ বর্গ হস্ত।

## সপ্তম পরিচ্ছেদ ।

প্রথম পাঠ—বৃত্তক্ষেত্র ।

১। বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্ধপরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, উহার ক্ষেত্রফল অর্থাৎ কালি নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধপরিমাণের বর্গ করিয়া, ঐ বর্গকে  $\frac{22}{7}$  দিয়া গুণ কর, গুণফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে । যদি গণনায় অধিকতর সূক্ষ্মতার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে ব্যাসার্ধের বর্গকে  $\frac{22}{7}$  এই রাশির পরিবর্তে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর, গুণফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে ।

উদাহরণ ।

১। কোন একটা বৃত্তের ব্যাসার্ধপরিমাণ ৫ ফুট ; উহার পরিমাণফল কত ?

$৫^2 = ৫ \times ৫ = ২৫$  ; অতএব নির্ণেয় পরিমাণফল =  $২৫ \times \frac{22}{7} = \frac{৫৫০}{৭} = ৭৮\frac{৬}{৭}$  বর্গফুট ।

২। বৃত্তের ব্যাসার্ধ ২১ ফুট ; উহার ক্ষেত্রফল কত ?

$২১^2 = ২১ \times ২১ = ৪৪১$  ;  $\therefore$  নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  $৪৪১ \times \frac{22}{7} = ৬৩ \times ২২ = ১৩৮৬$  বর্গফুট ।

৩। বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৩ মাইল, উহার পরিমাণফল কত ?

$৩^2 \times ৩ = ৯ \times ৩.১৪১৬ = ২৮.২৭৪৪$  ; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ২৮.২৭৪৪ বর্গ মাইল ।

৪। কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস নির্দিষ্ট আছে, উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । নির্দিষ্ট ব্যাসের বর্গ করিয়া, ঐ বর্গকে  $\cdot ৭৮৫৪$  দিয়া গুণ কর, গুণফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে ।

উদাহরণ ।

১। একটি বৃত্তের ব্যাস ৪২ ফুট ; উহার ক্ষেত্রফল কত ?

$$৪২^২ = ২৪২০.৬৪$$

$$\cdot ৭৮৫৪$$

$$২৬৮২৫৬$$

$$১২১০৩২০$$

$$১২৩৬৫১২$$

$$১৬৯৪৪৪৮$$

$$১২০১১৭০০.৬৫৬ \text{ বর্গ ফুট। ( উত্তর। )}$$

৩। কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি নির্দিষ্ট আছে, উহার পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। পরিধির বর্গকে  $৪ \times ৩.১৪১৬$  দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল নির্ণয় ক্ষেত্রফল হইবে। অথবা পরিধির বর্গকে  $\cdot ৭০৯৫৮$  দিয়া গুণ কর, গুণফল নির্ণয় ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ।

১। যে বৃত্তের পরিধি ১৩২ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

$$১৩২^২ = ১৭৪২৪ ; \therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{১৭৪২৪}{৪ \times ৩.১৪১৬} = \frac{১৭৪২৪}{১২.৫৬৬৪} = ১৩৮৬.৫৫ \text{ বর্গ হাত।}$$

৪। কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ ও পরিধি নির্দিষ্ট আছে, উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধ ও নির্দিষ্ট পরিধি এই উভয় পরিমাণ পরস্পর করিয়া গুণফলের অর্ধেক গ্রহণ কর।

উদাহরণ।

১। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৮০ হাত, ও ব্যাসার্ধ ১২.৭৩২ ;



নির্ণয় ক্ষেত্রফল =  $\frac{২০ \times ১২.৭৩২}{২} = ৪০ \times ১২.৭৩২ = ৫০৯.২৮০$  বর্গ  
ইন্ত ।

( ব্যাস ও পরিধি জানা থাকিলে উভয়কে পরস্পর গুণ করিয়া  
গুণফলের চতুর্থাংশ লইতে হইবে )

মনে কর কোন বৃত্তক্ষেত্রের মধ্যে একটা সমবহুভুজ ক্ষেত্র  
অঙ্কিত করা গিয়াছে, এক্ষণে সহজেই বুঝিতে পারিবে যে, বৃত্তের  
অন্তরীণ বহুভুজের ভূজসংখ্যা যতই বৃদ্ধিত হইতে থাকিবে, ততই  
বহুভুজের পরিমাণফল ও বৃত্তের পরিমাণফল পরস্পর কাছাকাছি  
হইয়া প্রায় সমান হইবে, বহুভুজের ভূজসমষ্টির পরিমাণ বৃত্তের  
পরিধির পরিমাণের সহিত কাছাকাছি হইয়া প্রায়ই সমান হইবে,  
আর বৃত্তের কেন্দ্র হইতে বহুভুজের অন্যতম ভূজের উপর পাতিত  
লম্বের পরিমাণ বৃত্তের ব্যাসার্ধের সহিত প্রায় সমান হইবে । মনে  
কর বৃত্তের অন্তরীণ সমবহুভুজের ভূজসংখ্যা অসংখ্য হইল, তাহা  
হইলে উল্লিখিত রাশিগুলি পরস্পর প্রায়ই সমান হইবে ।

সম বহুভুজের কেন্দ্র হইতে অন্যতম ভূজের উপর পাতিত  
লম্বকে উহার ভূজসমষ্টির অর্ধেক দিয়া গুণ করিলে উহার ক্ষেত্র-  
ফল পাওয়া যায়, আর পূর্বে কথিত হইল যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল  
উহার অন্তরীণ সমবহুভুজের ক্ষেত্রফলের সহিত প্রায় সমান  
আর এস্থলে উক্ত লম্ব ও বৃত্তের ব্যাসার্ধ এক ও অভিন্ন রাশি হই-  
তেছে । এবং যেহেতু বৃত্তের পরিমিতি অর্থাৎ পরিধি =  $৩.১৪১৬$   
 $\times$  ব্যাস, অতএব

$$\text{লম্ব} \times \frac{১}{২} \text{ ভূজসমষ্টি} = \text{ব্যাসার্ধ} \times \frac{৩.১৪১৬ \times ২ \text{ ব্যাসার্ধ}}{২} =$$

( ব্যাসার্ধ )  $২ \times ৩.১৪১৬$  ।

এস্থলে এইরূপ ধরা হইয়াছে যে, কোন বৃত্তের পরিমাণফল

উহার অন্তরীণ এইরূপ একটা ত্রিভুজের পরিমাণফলের সহিত সমান, যাহার ভূমি বৃত্তের পরিধিপরিমাণের সহিত সমান, এবং যাহার উন্নতি বৃত্তের ব্যাসার্ধের সহিত সমান । ( বৃত্তের পরিমাণ-ফল নির্ণয় করিবার জন্য যে চারিটা নিয়ম প্রদত্ত হইয়াছে উপরি উক্ত বুক্তি অনুসারে সকলগুলি সপ্রমাণ হইবে )

৫। বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্দিষ্ট আছে, উহার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে  $\frac{2}{3}$  অথবা গণনায় অধিকতর সুস্থতার প্রয়োজন হইলে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ কর, এবং ভাগফলের বর্গ-মূল নিষ্কাশন কর ।

উদাহরণ ।

১। কোন বৃত্তের পরিমাণফল ১০০ বর্গ ফুট, উহার ব্যাসার্ধ কত হইবে ?

$100 \div \frac{2}{3} = 100 \times \frac{3}{2} = 150 = 31.6181, 1 \sqrt{31.6181} = 5.62$  । অতএব নির্ণেয় পরিমাণ = ৫.৬৪ ফুট ।

৬। দুইটা এককেন্দ্রী বৃত্তের পরিধির অন্তর্গত অনুরীযাকার ভূমির পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । প্রত্যেক বৃত্তের পরিমাণফল নির্ণয়পূর্বক বৃত্তের বৃত্তের পরিমাণফল হইতে ক্ষুদ্রতরের পরিমাণফল বিয়ুক্ত কর, করিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহাই নির্ণেয় পরিমাণফল হইবে। অর্থাৎ উভয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টিকে উহাদের বিমো-গ-ফলদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে  $\frac{2}{3}$  বা ৩.১৪১৬ দ্বারা গুণ কর, গুণফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে ।

## উদাহরণ ।

১। হইটী বৃত্তের ব্যাসার্ধের যথাক্রমে ১০ ফুট ও ১২ ফুট ;  
উহাদের পরিধিষয়ের অন্তর্গত অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের পরিমাণ  
কত ?

অত্যন্তরীণ বৃত্তের ক্ষেত্রফল  $= ১০ \times ১০ \times ৩.১৪১৬ = ৩১৪.১৬$   
বর্গ ফুট ; বহিস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল  $= ১২ \times ১২ \times ৩.১৪১৬ =$   
 $৪৫২.৩৯০৩$  বর্গ ফুট । অতএব অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের পরিমাণ  
ফল  $= ৪৫২.৩৯০৩ - ৩১৪.১৬ = ১৩৮.২৩০৪$  বর্গ ফুট ।

অথবা দ্বিতীয় নিয়মানুসারে,  $১২ + ১০ = ২২$ ,  $১২ - ১০ = ২$ ,  
 $২২ \times ২ \times ৩.১৪১৬ = ১৩৮.২৩০৪$  বর্গ ফুট ।

( যদি বৃত্তদ্বয় এককেন্দ্রী না হইয়া একটা সম্পূর্ণরূপে অপরটার  
অন্তর্গত হয়, তাহা হইলেও প্রথম নিয়মানুসারে উহাদের পরিধি-  
ষয়ের অন্তর্গত ক্ষেত্রের ফল স্থির হইবে )

## বিবিধ উদাহরণ ।

১। একটা গোলাকার প্রাক্ষণের ব্যাস ৮০ ফুট, উহার  
অত্যন্তরে ১ গজ বিস্তৃত একটা গোলাকার বেড়াইবার পথ  
আছে ; পথটার পরিমাণফল কত ?

প্রশ্নদ্বারা স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, এককেন্দ্রী হইটী বৃত্তের  
পরিমাণ নির্ণয়পূর্বক বৃহত্তর হইতে ক্ষুদ্রতর বাদ দিলে বাহা অব-  
শিষ্ট থাকিবে, তাহাই পথটার পরিমাণফল হইবে।<sup>১</sup> পথটার বহি-  
র্বেষ্টনটা (৫২) = ৪০ ফুট ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটা বৃত্তের পরিধি, আর  
অন্তর্বেষ্টনটা (৪০—৩) = ৩৭ ফুট ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটা বৃত্তের  
পরিধি ।

অতএব ৩ষ্ঠ নিয়মানুসারে :—

$$৪০ + ৩৭ = ৭৭ ; ৪০ - ৩৭ = ৩ ;$$

১. নির্ণেয় পথের ক্ষেত্রফল  $= ৭৭ \times ৩ \times ৩.১৪১৬ = ৭২৫.৭০৯৬$  বর্গ ফুট ।

২। একটা বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল, ৮০ ফুট ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট একটা বৃত্তের পরিমাণফলের সহিত সমান ; বর্গক্ষেত্রটির, ভূজ-পরিমাণ কত ?

প্রথম নিয়মানুসারে নির্দিষ্ট বৃত্তের পরিমাণফল  $= ৮০^২ \times ৩.১৪$   
 $১৬ = ৬৪০০ \times ৩.১৪১৬ = ২০১০৬.২৪০০$  বর্গ ফুট ;

প্রশ্নদ্বারা বুঝা যাইতেছে যে বর্গক্ষেত্রটির পরিমাণফল  $= ২০$   
 $১০৬.২৪০০$  বর্গ ফুট ।

অতএব নির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ  $= \sqrt{২০১০৬.২৪০০}$   
 $= ১৪১.৮$  বর্গ ফুট ।

## ১২ উদাহরণমালা ।

১। বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ ২১ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ? [ মনে কর বৃত্তের পরিধি  $=$  ব্যাস  $\times ৩\frac{১}{২}$  ]

উত্তর—১৩৮৬ বর্গ ফুট ।

২। যাহার ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ ১৬ গজ ২ ফুট, তাহার পরিমাণফল কত ? [ পরিধি  $= ৩.১৪১৬ \times$  ব্যাস ]

উত্তর—৭৮৫৭৫ বর্গ ফুট ।

৩। যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ? (মনে কর পরিধি  $= ৩.১৪১৬ \times$  ব্যাস । উত্তর—১৯৬৩.৫ বর্গ ফুট ।

৪। যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ মাইলের চতুর্থাংশ তাহার পরিমাণফল কত ? [ পরিধি  $= ৩.১৪১৬ \times$  ব্যাস ] ।

উত্তর—৫৪৭৩২২৩.৮৪ বর্গ ফুট ।

৫। কয়েকটা বৃত্তের পরিমাণফল যথাক্রমে ১০০ বর্গ ফুট, ১ রুড, ও ৫ একর ৮ পোল ; পরিধি =  $৩\frac{১}{২} \times$  ব্যাস ধরিয়া লইয়া ইহাদের প্রত্যেকের ব্যাসার্ধপরিমাণ নির্ণয় কর ।

উত্তর—৬৬৪ ফুট ; ৫৮৮৬ ফুট ; ২৮৩৫৩ ফুট ।

৬। একটা অঙ্গুরীমাকার ক্ষেত্রের অভ্যন্তরীণ বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১৪ ফুট, ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১৬ ফুট ; উহার পরিমাণফল কত ?

উত্তর—১৮৮.৪২৬ বর্গ ফুট ।

৭। অন্তরীণ বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১৪ গজ ২ ফুট, এবং বহির্বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১৮ গজ ২ ফুট ; উহার ক্ষেত্রফল কত ?

উত্তর—৩৭৬৯.৯২ বর্গ ফুট ।

৮। একটা বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০.১৫ ফুট, এই বৃত্তটী সর্বাব-  
স্থাবে আর একটা বৃত্তের অভ্যন্তরে পতিত হইয়াছে ; এই বৃহত্তর  
বৃত্তটীর ব্যাসার্ধ ১৩.৩৫ ফুট ; বৃত্তদ্বয়ের মধ্যগত স্থানের পরিমাণ-  
ফল কত ?

উত্তর—২৩৬.২৪৮৩২ বর্গ ফুট ।

৯। একখানি অঙ্গুরীমাকার ক্ষেত্রের অন্তর্বেষ্টনের ব্যাসার্ধ ১৪ ইঞ্চি, এবং অঙ্গুরীমাচার ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল ৩০০ বর্গ ফুট ;  
উহার বহির্বেষ্টনের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর ।

উত্তর—১৫.০৯৪ ইঞ্চি ।

১০। অঙ্গুরীমাচার একটা ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টনের ব্যাসার্ধ ১৮ ফুট, উহার পরিমাণফল ৩০০ বর্গ ফুট ; অন্তর্বেষ্টনের পরিমাণফল কত ?

উত্তর—১৫.১১৬ ফুট ।

১১। একটা বৃত্তের চতুর্থাংশের পরিমাণফল ৭ বর্গ গজ ;  
বৃত্তটীর ব্যাসার্ধ পরিমাণ কত ?

উত্তর—৮.৯৫৬ ফুট ।

১২। একটা বৃত্তের পরিধি ৭০০ ফুট, উহার পরিমাণফল কত ?

উত্তর—৩৮৯২৬ বর্গ ফুট ।

১৩। একটী বৃত্তের পরিমাণফল অর্দ্ধ একর; উহার পরিধি-  
পরিমাণ কত হইবে? উত্তর—৫২৩.১৬ ফুট।

১৪। একটী বৃত্তের পরিমাণফল একটী সমকোণী সমান্তরি-  
কের পরিমাণফলের সহিত সমান, যাহার দৈর্ঘ্য ৪০০ ফুট, ও  
বিস্তার ২৫৬ ফুট; বৃত্তটীর পরিধি পরিমাণ কত?

উত্তর—১১৩৪.৪ ফুট।

১৫। একটী বৃত্তের ব্যাস ৯৫ ফুট, উহার পরিমাণফল কত  
হইবে? উত্তর—৭০৮৮.২২ বর্গ ফুট।

১৬। একটী গোলাকার টেবিলের উপরিভাগের ব্যাস ৪৬  
ফুট, উহার পরিমাণফল কত? উত্তর—১৫৯৪৩ বর্গ ফুট।

১৭। একটী বৃত্তের পরিধিপরিমাণ ৩৫৫, এবং উহার ব্যাস  
১১৩; বৃত্তটীর পরিমাণফল কত হইবে? উত্তর—১০০২৮৪।

১৮। একটী বৃত্তের পরিমাণফল ২৬১ বর্গ ফুট; উহার  
ব্যাস কত হইবে? উত্তর—৩৪৯৮ ফুট।

১৯। যাহার তুজ্জ্বের ষষ্ঠাক্রমে ৩৬,৪৮, ও ৬০ হাত একরূপ  
একটী ত্রিভুজ; ৩০ হাত দীর্ঘ ও ২৮ হাত বিস্তৃত একটী বর্গ-  
ক্ষেত্র, ও ৩০ হাত ব্যাসবিশিষ্ট একটী বৃত্তক্ষেত্র, এই তিনটীর  
মধ্যে কোনটীর পরিমাণফল সর্বাধিক? অধিক?

উত্তর—প্রথমটীর।

২০। যে বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল ১৮ বর্গ হস্ত, তাহার  
বহিঃস্থ বৃত্তের ব্যাস কত হইবে? উত্তর—৬ হাত।

২১। একটী বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৮ ফুট, এই বৃত্তটীর পরিমাণ-  
ফলের অর্ধেক পরিমাণফলবিশিষ্ট আর একটী বৃত্তের ব্যাসার্ধ  
কত? উত্তর—৫.৬৫৭ ফুট।

২২। যে বর্গক্ষেত্রের তুজ্জপরিমাণ ২৭৯২৮ গজ, তাহার

ক্ষেত্রফলের সহিত সমান ক্ষেত্রফল বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্ণয় কর ।  
উত্তর—১১.০৫ গজ ।

২৩। একটী ঘরের মেঝে অর্ধবৃত্তাকার, উহার ভূমি ১৪ গজ, এই মেঝেটী ৪½ ফুট চওড়া কার্পেট দিয়া মুড়িতে হইবে, কার্পেটের দাম গজ প্রতি ৩ শিলিং ; যদি সর্বশুদ্ধ ১০½ বর্গ গজ কার্পেট ছাটাই প্রভৃতিতে বাদ যায় ; তাহা হইলে উক্ত ঘরের মেঝেটী আচ্ছাদন করিতে সর্বশুদ্ধ কত খরচ পড়িবে ?

উত্তর—৮ পাউণ্ড, ১৪ শিলিং ১২½ পেন্স ;

২৪। একটী বৃত্তের পরিধি উহার ব্যাস অপেক্ষা ২৬.৮৫৪৯ ইঞ্চি বড়, এই বৃত্তের পরিমাণফলের সহিত সমান পরিমাণফল একটী বর্গক্ষেত্র আছে, উহার ভূজপরিমাণ কত হইবে ?

উত্তর—১১.১১৩ ইঞ্চি ।

২৫। একটী বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০ ফুট, উহা উহার অভ্যন্তরীণ দুইটী এককেন্দ্রী বৃত্তদ্বারা সর্বশুদ্ধ তিন ভাগে বিভক্ত হইয়াছে, এই দুইটী অন্তর্গত বৃত্তের প্রত্যেকের ব্যাসার্ধ কত হইলে, সমগ্র বৃত্তের তিনটী ভাগের ক্ষেত্রফল সমান হইবে ।

উত্তর—৫.৭৭ ইঞ্চি ; ৮.১৬ ইঞ্চি ।

২৬। একটী গোলাকার পিত্তলের প্লেট আছে, উহার ব্যাস ৩ফুট ; যদি উহার প্রতি বর্গ ইঞ্চিতে ১ পাউণ্ড ভার দেওয়া যায়, তাহা হইলে সমগ্র প্লেটটার উপর সর্বসমেত কত ভার পড়িবে ?

উত্তর—১৩৬ পাউণ্ড ।

২৭। একটী গোলাকার উঠানের ব্যাস ৪½ হাত, উহা পাথর দিয়া বাধাইতে হইলে যদি প্রতি বর্গ ফুটে ২ শিলিং ৩ পেন্স খরচ পড়ে, তবে সর্বশুদ্ধ কত খরচ লাগিবে ।

উত্তর—২৪১ পাউণ্ড ৭.৪৪ শিলিং ।

২৮। একটা গোলাকার অট্টালিকার অন্তর্বেষ্টনের ব্যাস ৬৮ ফুট ১০ ইঞ্চি ; এবং প্রাচীরের বেধ ২২ ইঞ্চি, সমগ্র প্রাচীরটী কিয়ৎ পরিমাণ ভূমির উপর নির্মিত ? উত্তর—৪০৭.০১ ।

২৯। একটা গোলাকার ফুলবাগানের ব্যাস ৪০ গজ, বাগি-চাটীর ভিতরের কিনারা হইতে ঠিক এক গজ তফাতে একটা ধোঁরাবাঁধান বেড়াইবার পথ আছে, পথটী ১ গজ চপড়া, পথটী বজায় রাখিয়া সমগ্র ফুলবাগানটী কোপাইতে কত খরচ পড়িবে ? মনে কর প্রতি বর্গ গজে ৪পেনী করিয়া খরচ পড়িতেছে ।

উত্তর—১২ পাউণ্ড ১ ১/২ পেন্স ;

৩০। একটা গোলাকার ফুলবাগানের চতুর্দিকে একটা গোলাকার পথ উহাকে বেষ্টন করিয়া আছে, পথটীর বহির্বেষ্টন ৫০০ ফুট, ও অন্তর্বেষ্টন ৪২০ ফুট, পথটীর পরিমাণ ফল কত ? উত্তর—৫৮৫৭ বর্গ ফুট ; ।

৩১। যে বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ৮০ হাত, তাহার সহিত সমানক্ষেত্রফল একটা বৃত্তের ব্যাসার্ধ পরিমাণ কত ? উত্তর—৪৫.১ ফুট ।

৩২। একটা বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ১৬ ফুট ; উহার অভ্যন্তরে একটা বৃত্তক্ষেত্র এক্রূপে অঙ্কিত হইয়াছে যে, উহার পরিধি বর্গক্ষেত্রের চারিটা ভূজকেই স্পর্শ করিতেছে ; বৃত্ত ও বর্গক্ষেত্র এই উভয়ের অন্তর্গত স্থান টুকুর পরিমাণফল কত ? উত্তর—৫৪.৯৩৭৬ বর্গ ফুট ।

৩৩। একটা বর্গক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ১৮ ফুট, বর্গক্ষেত্রের বহির্দেশে একটা বৃত্ত এক্রূপে অঙ্কিত হইয়াছে যে, উহার কোণিক বিন্দুগুলি, বৃত্তের পরিধি স্পর্শ করিয়াছে, বৃত্ত ও বর্গক্ষেত্র এই উভয়ের অন্তর্গত স্থানের পরিমাণফল কত ?

উত্তর—১৮.৯৩৯২ বর্গ ফুট ।



৩৪। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও কোটি যথাক্রমে ২৭ ফুট ও ৪৩ ফুট; ইহার কর্ণকে ব্যাস করিয়া যদি একটী বৃত্তক্ষেত্র অঙ্কিত করা যায়; তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উত্তর—২০২৪.৯ বর্গ ফুট।

৩৫। একটী অর্ধবৃত্তের পরিমাণফল ৬৪৫ বর্গ ফুট, অর্ধ-বৃত্তটীর পরিমিতি অর্থাৎ সীমার সমষ্টির (অর্থাৎ ব্যাস ও পরিধি-খণ্ডের সমষ্টি) পরিমাণ কত হইবে? উত্তর—১০৪.২ ফুট।

৩৬। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভূজদ্বয় ৩৭. ফুট, ও ১৬৮ ফুট; এই ত্রিভুজের কর্ণেরথাকে বৃত্তাভাসস্বরূপ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উত্তর—১২৯৬৮৮.৩৮৯৬ বর্গ ফুট।

৩৭। একটী আয়তক্ষেত্র দীর্ঘ ৮ ফুট, ও প্রস্থ ৭ ফুট; যে বৃত্তের পরিধি পরিমাণ এই আয়ত ক্ষেত্রের ভূজসমষ্টির সহিত সমান, তাহার পরিমাণফল কত হইবে? উত্তর—৭১.৬২ বর্গ ফুট।

৩৮। যদি একটী বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি একটী আয়তক্ষেত্রের ভূজ সমষ্টির সহিত সমান হয়, তাহা হইলে উভয়ের মধ্যে বৃত্তের পরিমাণফল বৃহত্তর হইবে। আয়তক্ষেত্র দীর্ঘ ১৮ ফুট, ও প্রস্থ ১০ ফুট, এই উদাহরণে উপরিউক্ত প্রতিজ্ঞা সপ্রমাণ কর।

৩৯। যদি বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ত্রিভুজের ভূজসমষ্টির সহিত সমান হয়, তাহা হইলে উভয়ের মধ্যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফলই বৃহত্তর হইবে। ত্রিভুজের ভূজদ্বয় যথাক্রমে ৯, ১০, এবং ১৭, এই উদাহরণে উপরিউক্ত প্রতিজ্ঞার যথার্থ সপ্রমাণ কর।

৪০। যদি বৃত্ত ও আয়তক্ষেত্রের পরিমাণফল সমান হয়, তাহা হইলে আয়তক্ষেত্রটীর ভূজসমষ্টি বৃত্তের পরিধি অপেক্ষা

বৃহত্তর হইবে। বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল  $১৫ \times ১২$ , এই উদাহরণে এই প্রতিজ্ঞা সপ্রমাণ কর।

৪১। যদি একটি বৃত্তক্ষেত্র ও একটি ত্রিভুজ উভয়ের পরিমাণফল সমান হয়, তাহা হইলে বৃত্তের পরিধি ত্রিভুজের ভূজ-সমষ্টি অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হইবে। ত্রিভুজের ভূজত্রয় যথাক্রমে ৫, ৬, এবং ৭; এই উদাহরণে প্রতিজ্ঞাটী সপ্রমাণ কর।

৪২। একটি বৃত্তের পরিধি ৪ ফুট, উহার অভ্যন্তরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল কত হইবে? উত্তর—৮১ বর্গ ফুট।

৪১। যদি একটি সমবাহু ত্রিভুজের ভূজত্রয়ের সমষ্টি কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধির সহিত সমান হয়, তাহা হইলে ৪২, ও ৮১ এই দুই রাশির পরস্পর যে সম্বন্ধ ত্রিভুজের পরিমাণফল ও বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল এই উভয়ের পরস্পর সেই সম্বন্ধ হইবে। এইটী সপ্রমাণ কর।

## সপ্তম পরিচ্ছেদ ।

দ্বিতীয় পাঠ—বৃত্তক্ষেদ ও বৃত্তখণ্ড ।

১। বৃত্তক্ষেদের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ৩৬০ এই সংখ্যা ও বৃত্তক্ষেদের অন্তর্গত কোণের অংশসংখ্যা এই উভয়ের পরস্পর যে অঙ্কপাত, সমগ্র বৃত্তের পরিমাণফল ও বৃত্তক্ষেদের পরিমাণফল এই উভয়েরও পরস্পর সেই অঙ্কপাত। স্মৃত্যেব সমাঙ্কপাতের নিয়মানুসারে সহজেই কোন নির্দিষ্ট বৃত্তক্ষেদের পরিমাণফল নির্ণীত হইতে পারে।

উদাহরণ।

১। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ২৫ ফুট, এবং বৃত্তক্ষেদের

অন্তর্গত কোণ ৮০ অংশ পরিমিত ; বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণকল নির্ণয় কর ।

সমগ্র বৃত্তের পরিমাণকল =  
 $২৫ \times ২৫ \times ৩.১৪১৬ = ১৯৬৩.৫$  বর্গ ফুট ।



অতএব ৩৬০ : ৮০ :: ১৯৬৩.৫ : আবশ্যক পরিমাণকল :  
 অতএব নির্দিষ্ট বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণকল =  $\frac{৮০ \times ১৯৬৩.৫}{৩৬০} =$   
 $\frac{৮ \times ১৯৬৩.৫}{৩৬} = ৪৩৬.৩$  বর্গ ফুট ।

নিয়মাস্তর । নির্দিষ্ট বৃত্তক্ষেত্রের গন্যকে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ কর ।

(বৃত্তের পরিমাণ নির্ণয় করিবার নিয়ম সপ্রমাণ করিবার জন্য যে যুক্তি প্রদর্শিত হইয়াছে, এস্থলেও সেই যুক্তি দেখ )

উদাহরণ ।

১। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৩ ফুট, ঐ বৃত্ত হইতে যে বৃত্তক্ষেত্র গৃহীত হইয়াছে, তাহার ধনুর পরিমাণ ও ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান ; বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণকল নির্ণয় কর ।

ধনু = ৪ ; ব্যাসার্দ্ধ = ৪ ; অতএব সহজানুসারে :—নির্দিষ্ট বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণকল =  $\frac{১}{২} \times ৪ \times ৪ =$  বর্গ ফুট ।

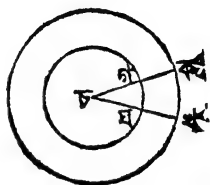
২। যে বৃত্তক্ষেত্রের ধনু ২০ ফুট, ও ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট, তাহার পরিমাণকল কত ?

সহজানুসারে ক্ষেত্রফল =  $\frac{১}{২} \times ২০ \times ১০ = ১০০$  বর্গ ফুট = ১১  $\frac{১}{২}$  বর্গ গজ ।

২। মনে কর দুইটা বৃত্তক্ষেত্র আছে, উভয়েরই অন্তর্গত কোণ এক ও অভিন্ন, কিন্তু উভয়ের মধ্যে একটি ছোট ও একটি বড়, অর্থাৎ বৃত্তক্ষেত্রের যে দুই বৃত্তের অংশ তাহারা এককেন্দ্রী ও উহাদের ব্যাসার্দ্ধের একই-প্রভুর দ্বারা অঙ্কিত,

এইরূপ দুই বৃত্তক্ষেত্রের মধ্যে বড় হইতে ছোটটী বাদ দিলে যে ক্ষেত্রটী অবশিষ্ট থাকে, তাহার পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

মনে কর পার্শ্বস্থ এককেন্দ্রী বৃত্তদ্বয়ের যতগুলি উল্লিখিত প্রকার বৃত্তক্ষেত্র আছে, তন্মধ্যে খচক, ও ঘচগ এই দুইটির বিয়োগফলের অর্থাৎ, খঘগখ এই ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।



নিয়ম। (১) স্বতন্ত্র করিয়া প্রত্যেক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়পূর্বক বৃহত্তর হইতে ক্ষুদ্রতরটীকে বাদ দেও, দিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহাই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে। (২) অথবা উভয় বৃত্তক্ষেত্রের উভয় ধনুর পরিমাণের সমষ্টিকে উভয়ের ব্যাসার্দ্ধের বিয়োগফল দ্বারা গুণ কর, করিয়া গুণফলের অর্ধেক গ্রহণ কর।

উদাহরণ।

১। দুইটী বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধের যথাক্রমে ২৫ ফুট ও ১০ ফুট, এবং ধনুর যথাক্রমে ৬ ফুট ও ৪ ফুট, বড়টী হইতে ছোটটীকে বাদ দিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

প্রথম সূত্রানুসারে বৃহত্তরটীর ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times 15 \times 6 = ৪৫$  বর্গ ফুট, ও ক্ষুদ্রতরটীর ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times 10 \times 4 = ২০$  বর্গ ফুট।  
অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  $৪৫ - ২০ = ২৫$  বর্গ ফুট।

অথবা দ্বিতীয় নিয়মানুসারে,  $৬ + ৪ = ১০$ ;  $১৫ - ১০ = ৫$ ;  
অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  $\frac{১০ \times ৫}{২} = ২৫$  বর্গ ফুট।

৩। কোন নির্দিষ্ট বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

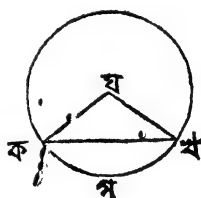
ব্যাসদ্বারা বৃত্তক্ষেত্রসকল দুই সমান অংশে বিভক্ত হয়। সুতরাং স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, ব্যাস ব্যতীত অন্য যাবতীয়

জ্যা বৃত্তক্ষেত্রকে দুই অসমান অংশে বিভক্ত করে। সুতরাং এই উভয়ের মধ্যে একটি অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ন্যূন ও অপরটি উহা অপেক্ষা বৃহত্তর। যদি ক্ষুদ্রতর খণ্ডটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে পারা যায়, তাহা হইলে সমগ্র বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইতে ঐ ক্ষুদ্রতরের ক্ষেত্রফল বিযুক্ত করিলেই অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তর খণ্ডের পরিমাণফল অনায়াসেই নির্ণীত হইতে পারে। অতএব অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করিবার নিয়মটা মাত্র নির্দেশ করিলেই বাবতীয়প্রকার বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করা অতি সহজেই হইতে পারে। অতএব নিম্নে অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করিবার নিয়ম প্রদত্ত হইল।

অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দিষ্ট বৃত্তখণ্ডের চাপ বা ধনু্র দ্বারা যে বৃত্তচ্ছেদ উৎপন্ন হইতে পারে, তাহার পরিমাণফল নির্ণয়পূর্বক তাহা হইতে বৃত্তখণ্ডের জ্যা ও বৃত্তচ্ছেদের দুইটী ব্যাসার্দ্ধদ্বারা যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তাহার পরিমাণ বাদ দেও। বিয়োগফল নির্ণয়ে পরিমাণফল হইবে।

যুক্তি। মনে কর ঘ বিন্দু সমগ্র বৃত্তটির কেন্দ্র; এক্ষণে স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, কখগ বৃত্তখণ্ড ঘকগখ বৃত্তচ্ছেদ ও ঘকখ ত্রিভুজের বিয়োগফলস্বরূপ। অতএব  
কগখ বৃত্তখণ্ড =



ঘকগখ বৃত্তচ্ছেদ—ঘকখ ত্রিভুজ।

(এই সূত্রদ্বারা স্পষ্টই প্রতিপন্ন হইতেছে যে, যে বৃত্তখণ্ডের

পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে, উহা যদি অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে এই সূত্রদ্বারা অবশিষ্ট বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয়পূর্বক সমগ্র বৃত্তের পরিমাণফল হইতে উহা বাদ দিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহাই নির্ণেয় বৃহত্তর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণ হইবে ।

উদাহরণ ।

১। একটা বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৪ ফুট, এবং বৃত্তচ্ছেদের কোণ একটা সমকোণ অর্থাৎ ৯০ অংশ ; বৃত্তখণ্ডটির পরিমাণফল নির্ণয় কর ।

সমগ্রবৃত্তটির পরিমাণফল =  $8 \times 8 \times 3.1416$  বর্গ ফুট । অতএব বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল =  $8 \times 3.1416 = 25.1328$  বর্গ ফুট ।  
ত্রিভুজটির পরিমাণফল =  $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$  বর্গ ফুট । অতএব নির্ণেয় বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল =  $25.1328 - 32 = -6.8672$  বর্গ ফুট ।

বিবিধ উদাহরণ ।

১। ব্যাসার্দ্ধ ১৫ ইঞ্চি, এবং বৃত্তচ্ছেদের জ্যা ১৪ ইঞ্চি ; বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল নির্ণয় কর ।

ধর্মুর দৈর্ঘ্য =  $18.1825181$  ইঞ্চি প্রায় । অতএব বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল = প্রায়  $\frac{1}{2} \times 25 \times 18.1825181 = 227.2814762$  ।

১৩ উদাহরণমালা ।

১। নিম্নলিখিত পরিমাণের বৃত্তচ্ছেদগুলি নির্ণয় কর ।

(ক) ব্যাসার্দ্ধ ২৪ ফুট, কোণ ২৫ অংশ ।

উত্তর— $125.668$  বর্গ ফুট ।

(খ) ব্যাসার্দ্ধ ১২ ফুট, কোণ ১২০ অংশ ।

উত্তর— $150.9268$  বর্গ ফুট ।

( গ ) ব্যাসার্ধ ৪৮ ফুট ; কোণ ২৮ অংশ ।

উত্তর—৫৫২.৯৭৪৮ বর্গ ফুট ।

২। দুইটা এককেন্দ্রী বৃত্তের ব্যাসার্ধদ্বয় যথাক্রমে ১০ ফুট, ও ১৫ ফুট ; এই দুই বৃত্তের পরিধির কিয়দংশ, ও ৪০ অংশ পরস্পর অবনতিবিশিষ্ট দুইটা ব্যাসার্ধ, এই চতুঃসীমার অন্তর্বর্তী ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় কর । উত্তর—৪৩.৬৩ বর্গ ফুট ।

৩। একটা বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল ১৫০ বর্গ ফুট, এবং বৃত্তক্ষেত্রের কোণ ৫০ অংশ ; ব্যাসার্ধের পরিমাণ কত ?

উত্তর—১৮.৫৪ ফুট ।

৪। একটা বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল ২৩০ বর্গ ফুট, এবং উহার অন্তর্গত কোণ ৪০ অংশ ; বৃত্তক্ষেত্রটির চতুঃসীমার পরিমাণ কত ?

উত্তর—৬৯.২৬ ফুট ।

৫। কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল ৪৫ বর্গ ফুট, ব্যাসার্ধ ৮ ফুট ; কোণের পরিমাণ কত ?

উত্তর—৮০.৫৭ অংশ ।

৬। কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল ৯৪ বর্গ ফুট, ও ব্যাসার্ধ ১৬ ফুট ; ধর্মুর পরিমাণ কত ?

উত্তর—১১.৭৫ ফুট ।

৭। কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল ৩৫৭ বর্গ ফুট, এবং ধর্মুর পরিমাণ ৯৬ ফুট ; ব্যাসার্ধের পরিমাণ কত ?

উত্তর—৭.৪৩৭৫ ফুট ।

৮। একটা বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল ১২৫ বর্গ ফুট, এবং সমগ্র বৃত্তের পরিমাণফল ৪০০ বর্গ ফুট ; বৃত্তক্ষেত্রের কোণ-পরিমাণ কত ?

উত্তর—১১২.৫ অংশ ।

৯। কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল ১১৫ বর্গ ফুট, এবং বৃত্তের পরিমাণফল ৭০০ বর্গ ফুট ; ধর্মুর পরিমাণ কত ?

উত্তর—১৫.৪১ ফুট ।

১০। 'একটি বৃত্তচ্ছেদের জ্যা ৫৮ ইঞ্চি, ও ব্যাসার্ধ ১০০ ইঞ্চি, বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল কত? উত্তর—২৯৪২ বর্গ ইঞ্চি।

১১। বৃত্তচ্ছেদের জ্যা ৬ ইঞ্চি, ও ব্যাসার্ধ ৯ ইঞ্চি : বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল কত? উত্তর—২৭০৫৩ বর্গ ইঞ্চি।

১২। কোম বৃত্তচ্ছেদের ধনুর অভিমুখীন কোণ ৫২ অংশ ২৫ কলা ও ব্যাস ১২ ; ইহার পরিমাণফল কত?

উত্তর—১৬০৪১৫।

১৩। জ্যা ১৪৯৩, এবং ব্যাস ২৫০ ; বৃত্তচ্ছেদটির পরিমাণফল কত? উত্তর—১০০০০।

১৪। কোন ধনুর জ্যা ৪০, ও বৃত্তের ব্যাস ৫০ ; ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডটির পরিমাণফল কত? উত্তর—২৭৯৫।

১৫। জ্যা ৪৯ ও ব্যাস ১০০ ; ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল কত? উত্তর—২১২।

১৬। জ্যার পরিমাণ ১০ ইঞ্চি, ও বৃত্তের ব্যাস ১৩ ইঞ্চি ; বৃহত্তর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর—৫২৪০২০৯ বর্গ ইঞ্চি।

১৭। ব্যাসার্ধ ১০ ফুট, এবং বৃত্তচ্ছেদের কোণ ৩০ অংশ ; ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল কত? উত্তর—১০১৮০ বর্গ ইঞ্চি।

১৮। একটি বৃত্তের ব্যাস ১০ ফুট, ব্যাসার্ধের সহিত সমান দৈর্ঘ্য দুইটি পরস্পর সমান্তর জ্যা টানা হইয়াছে, এই উভয়ের অন্তর্গত কটিবন্ধের পরিমাণফল কত? উঃ—২৯৬০০৪ বর্গফুট।

১৯। একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১৫ ফুট ; ব্যাসার্ধের সহিত সমান দুইটি জ্যা টানা হইয়াছে, এই দুইটির দ্বারা বৃত্তটি যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে, তাহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফল কত?

উত্তর—২০০৬২ বর্গ ফুট ; ৩৬৬৪৭৮ বর্গ ফুট।



২০। যে বৃত্তখণ্ডের শরপরিমাণ ২ ফুট এবং জ্যা ২০ ফুট ;  
তাহার কালী কত ? উত্তর—২৬.৮৭৩১৮ বর্গ ফুট ।

নিয়ম । কোন ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে, পরে ঐ ক্ষেত্রফলকে দুই গুণ করিয়া গুণফলকে ত্রিভুজের ভূজসমষ্টির দ্বারা ভাগ করিলে ভাগফল উক্ত ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্ধের সহিত সমান হইবে, সুতরাং ঐ ভাগফলকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলেই ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তের পরিমাণফল পাওয়া যাইবে ।

উদাহরণ ।

১।, যে সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ৮ হাত ও লম্বপরিমাণ ৬ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কালী কত হইবে ?

ত্রিভুজের কালী =  $\frac{৮ \times ৬}{২} = ২৪$  বর্গ ফুট ।

আর সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে উহার কর্ণ =  
 $\sqrt{৮^2 + ৬^2} = \sqrt{১০০} = ১০$  হাত ।

সুতরাং অনুসারে উহার অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্ধ =  
 $\frac{২৪ \times ২}{৩ + ৮ + ৬} = \frac{৪৮}{১৭} = ২$  হাত । অতএব বৃত্তের ক্ষেত্রফল =  $২^2 \times ৩.১৪১৬$   
= ১২.৫৬৬৪ বর্গ হস্ত ।

অষ্টম পরিচ্ছেদ ।

ক্ষেপণী ও বৃত্তাভাস ।

ক্ষেপণী ও বৃত্তাভাস কাহাকে কহে, তাহা পরিতাষাপরিচ্ছেদে কথিত হইয়াছে, এক্ষণে কি প্রকারে ঐ দুই প্রকার ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হয়, নিম্নে তাহাই প্রদর্শিত হইতেছে ।

ক্ষেপণী । ক্ষেপণীর ন্যায় আকারবিশিষ্ট ক্ষেত্রের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইলে, অক্ষদণ্ডের পরিমাণকে ভূমির পরিমাণদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের দুই তৃতীয়াংশ অর্থাৎ তিন ভাগ করিয়া দুই ভাগ লইলেই উহার পরিমাণফল নির্ণীত হইবে ।

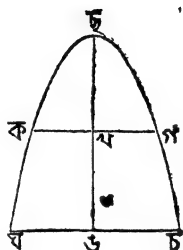
উদাহরণ ।

১। ছঘচ ক্ষেপণীর অক্ষদণ্ড ছুট

২ ফুট, এবং উহার ভূমি ঘচ ১২ ফুট ;

উহার পরিমাণফল কত ?

সূত্রানুসারে ক্ষেত্রফল  $= ২ \times ১২ \times \frac{২}{৩}$   
 $= ১৬$  বর্গ ফুট ।



২। কোন ক্ষেপণীর ভূমি ১২০ হাত, এবং অক্ষদণ্ড ১০ হাত ; উহার ক্ষেত্রফল কত ?

নির্ণয়ের ক্ষেত্রফল  $= ১২০ \times ১০ \times \frac{২}{৩} = ৮০০$  বর্গ হস্ত ।

বৃত্তভাস ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে ।

১ম নিয়ম । বৃত্তভাসের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাসের গুণফলকে ০.৮৫৪ দিয়া গুণ কর ।

২য়। বৃত্তভাস ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার গরিষ্ঠ ব্যাসদ্বিকে লঘিষ্ঠ ব্যাসদ্বি দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে ০.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলেই হয় ।

উদাহরণ ।

১। যে বৃত্তভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস ৬ হাত, ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৪ হাত, তাহার পরিমাণফল কত ?

প্রথম নিয়মানুসারে ক্ষেত্রফল  $=$  গরিষ্ঠ ব্যাস  $\times$  লঘিষ্ঠ ব্যাস  $\times$   
 $০.৮৫৪ = ৬ \times ৪ \times ০.৮৫৪ = ২০.৮৯৬$  বর্গ হস্ত ।

২। একখানি বৃত্তাভাসাকার ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ৩০০ ফুট ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ২০০ ফুট, উহার পরিমাণফল কত ?

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ  $\times$  লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ  $\times$  ৩.১৪১৬  
 $= \frac{৩০০}{২} \times \frac{২০০}{২} \times ৩.১৪১৬ = ১৫০ \times ১০০ \times ৩.১৪১৬ = ৫২৩৬$  বর্গ গজ  
 $= ১$  একর ৩৯৬ বর্গ গজ।

### নবম পরিচ্ছেদ।

বিষম অথবা বিকল ক্ষেত্র।

বৃত্ত ও ইলিপ্স এই দুই প্রকার ক্ষেত্র বক্ররেখা দ্বারা পরিবেষ্টিত, প্যারাবোলাক্ষেত্রের কিয়দংশ ঋজুরেখা ও কিয়দংশ বক্ররেখা। এই সকল ক্ষেত্র কতিপয় নির্দিষ্ট নিয়মের অধীন। সুতরাং ইহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবার জন্য পৃথক পৃথক নিয়ম প্রদত্ত হইয়াছে, কিন্তু নমুদয় বক্ররেখা, অথবা কিয়দংশ বক্র ও কিয়দংশ কুটিল রেখা দ্বারা বেষ্টিত অনেকানেক ক্ষেত্র হইতে পারে, যাহা কোন প্রকার নির্দিষ্ট নিয়মের অধীন নহে। এইরূপ ক্ষেত্রের সাধারণ নাম বিষম বা বিকল ক্ষেত্র। কি প্রণালীতে এইরূপ বিকল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে পারা যায়, তাহা নির্ণয় করাই এই পরিচ্ছেদের উদ্দেশ্য।

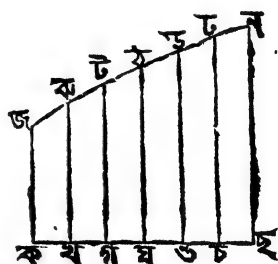
মোটামুঠী হিসাবে এইরূপ বিষম ক্ষেত্র সকল সর্বশুদ্ধ দুই ভাগে বিভক্ত হইতে পারে। সেই দুইটা ভাগ কি কি প্রকার ও কি প্রকারেই বা উহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হয়, তাহা নিম্নে যথাক্রমে লিখিত হইতেছে।

প্রথমতঃ। যদি ক্ষেত্রটি তিনটি ঋজুরেখা ও একটা বক্ররেখা দ্বারা বেষ্টিত হয়, আর যদি উহার তিনটি ঋজুরেখার মধ্যে দুইটা তৃতীয়টির লম্ব হয়, তাহা হইলে, নীচতম ভূজের উপর

পরস্পর সমান সমান দূরে লম্বরেখা টানিয়া উহাকে কতিপয় সমান অংশে বিভক্ত কর, যে কয় অংশে বিভক্ত করিবে তাহাদের সংখ্যা যেন বিজোড় না হইয়া যুগসংখ্যক অর্থাৎ জোড় রাশি হয়, অর্থাৎ ২, ৪, ৬, ৮, ১০, প্রভৃতি অংশে বিভক্ত কর। পরে প্রথম ও শেষ এই দুইটা লম্বের পরিমাণ পরস্পর যোগ কর, পরে যতগুলি বিজোড় লম্ব আছে, তাহাদিগকে পরস্পর যোগ করিয়া সমষ্টিকে দ্বিগুণ কর; এবং যতগুলি জোড় লম্ব আছে, তাহাদিগকে পরস্পর সংযোগ করিয়া যোগফলকে চারিগুণ কর; পরে প্রথম ও শেষের সমষ্টি, বিজোড়গুলির দ্বিগুণিত সমষ্টি, এবং জোড়গুলির চতুর্গুণ সমষ্টি, এই তিনটা রাশিকে পরস্পর সংযুক্ত কর, পবে এই তিন রাশির সমষ্টিকে যতটুকু ব্যবধান লম্ব টানিয়াছে, সেই ব্যবধানের দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের তৃতীয়াংশ গ্রহণ কর, অথবা একবারে ব্যবধানপরিমাণের তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ কর। এইরূপ করিলে যাহা হইবে তাহাই নির্দিষ্ট ক্ষেত্রের পরিমাণফল হইবে।

উদাহরণ।

১। মনে কর পার্শ্বস্থ প্রতি-  
কৃতির ন্যায় একটীক্ষেত্র আছে,  
উহার পরিমাণফল নির্ণয় করি-  
বার জন্য উহার অভ্যন্তরে  
পাঁচটা লম্বরেখা টানিয়া উহাকে  
ছয়টা সমান অংশে বিভক্ত  
করা হইয়াছে, তাহা হইলে  
সর্বশুদ্ধ সাতটা লম্বরেখা হই-  
য়াছে, এবং ইহাদের প্রত্যেকের মধ্যে = ১ ফুট করিয়া ব্যবধান



আছে, এবং এই লম্বরেখাগুলি যথাক্রমে ৪.১২ ফুট, ৪.২৪ ফুট, ৪.৩৬ ফুট, ৪.৪৭ ফুট, ৪.৫৮ ফুট, ৪.৬৯ ফুট, এবং ৪.৮০ ফুট ; ক্ষেত্রটীর পরিমাণকল কত হইবে ?

স্থত্রানুসারে প্রথম ও শেষ এই দুইটীর সমষ্টি =  $৪.১২ + ৪.৮০ = ৮.৯২$  ;

বিজোড়গুলির সমষ্টির দ্বিগুণ =  $৪.৩৬ + ৪.৫৮ = ৮.৯৪ \times ২ = ১৭.৮৮$  ;

জোড়গুলির সমষ্টির চতুর্গুণ =  $৪.২৪ + ৪.৪৭ + ৪.৬৯ = ১৩.৪০ \times ৪ = ৫৩.৬০$  ;

এই তিন রাশির সমষ্টি =  $৮.৯২ + ১৭.৮৮ + ৫৩.৬০ = ৮০.৪০$  ;

$৮০.৪০ \div ৩ = ২৬.৮০$  ; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  $২৬.৮০$

বর্গফুট ।

২। মনে কর সর্বশুদ্ধ পাঁচটা লম্বরেখা হইয়াছে, অর্থাৎ ভিতরে তিনটা টানিয়া ক্ষেত্রটীকে পাঁচ সমান অংশে বিভক্ত করা হইয়াছে, এই লম্বগুলির অন্তর্গত ব্যবধান ৫০ ফুট এবং লম্বগুলি প্রথম হইতে যথাক্রমে ৮.২, ৭.৪, ৯.২, ১০.২, এবং ৮.৬ প্রভৃতি ফুট পরিমিত । এক্ষণে হইলে ক্ষেত্রটীর পরিমাণ-ফল কত হইবে ?

$৮.২ + ৮.৬ = ১৬.৮$  ;  $৯.২ \times ২ = ১৮.৪$  ;  $৭.৪ + ১০.২ = ১৭.৬ \times ৪ = ৭০.৪$  ;

$১৬.৮ + ১৮.৪ + ৭০.৪ = ১০৫.৬$  ;

$১০৫.৬ \times ৫০ = ৫২৮০ \div ৩ = ১৭৬০$

অতএব পরিমাণকল =  $১৭৬০$  বর্গফুট ।

উপরে তিনটা লম্বরেখা ও একটা বক্ররেখা দ্বারা পরিবেষ্টিত ক্ষেত্রের কথা বলা হইয়াছে; বক্ররেখাটী পূর্বের প্রতিকৃতির ত্রায়

না হইয়া যদি পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতির ত্রায় ভিন্ন ভিন্ন প্রকারের হয়, তাহা হইলেও উক্ত নিয়মানুসারে ক্ষেত্রের কালি বাহির করা যাইতে পারে। তবে লম্বরেখার সংখ্যা যতই অধিক হইবে, ক্ষেত্রফল ততই নির্ভুল হইয়া উঠিবে।



দ্বিতীয়তঃ। যদি পূর্বোল্লিখিত প্রতিকৃতির লম্বরেখা দ্বয় লম্বভাবে অবস্থিত না হইয়া তৃতীয় ঋজুরেখাটির সহিত স্থূল কোণ বা সূক্ষ্মকোণ করিয়া অবস্থিত হয়; যদি ক্ষেত্রটী দুইটী ঋজুরেখা ও একটি বক্ররেখা দ্বারা পরিবেষ্টিত হয়, অথবা যদি উহা একটীমাত্র বিষম বক্ররেখা দ্বারা পরিবেষ্টিত হয়, তাহা হইলে নিম্নলিখিত নিয়মানুসারে উহার পরিমাণফল নির্ণীত হইতে পারে।

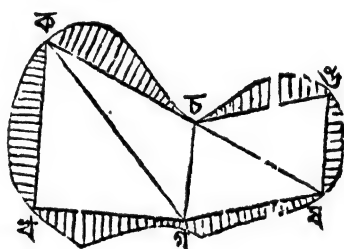
নিয়ম। ক্ষেত্রের আকার অনুসারে উহার উপর ত্রিভুজ চতুর্ভুজ অথবা বহুভুজ ক্ষেত্র একরূপে অঙ্কিত কর, যে, যে ক্ষেত্রটী অঙ্কিত করিবে, তাহার ক্ষেত্রফল যতদূর সম্ভব নির্দিষ্ট ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের সহিত সমান হইবে, এবং যেকোন ক্ষেত্র অঙ্কিত করিবে, পূর্ব পূর্ব পরিচ্ছেদে নির্দিষ্ট নিয়ম সকলের সাহায্যে সেই ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবে, তাহার পর অন্তর্গত ক্ষেত্র ও নির্দিষ্ট বিকল ক্ষেত্র এই উভয়ের মধ্যে যে সকল ঘোঁজ পড়িবে, এই পরিচ্ছেদের প্রথম নিয়ম অনুসারে পৃথক পৃথক করিয়া সেই গুলির পরিমাণফল নির্ণয় করিবে। এই ঘোঁজগুলি যদি যে ক্ষেত্রটী অঙ্কিত করিয়াছ, তাহার বাহিরে পড়ে, তাহা হইলে

অঙ্কিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সহিত সেই গুলি যোগ কর, আর যদি ভিতরে পড়ে, তাহা হইলে অঙ্কিত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল হইতে সেই গুলি বাদ দেও, যদি কতকগুলি ঘোঁজ বাহিরে ও কতকগুলি ভিতরে পড়ে, তাহা হইলে বাহিরের গুলি যোগ কর ও ভিতরেরগুলি বাদ দেও। এইরূপ করিলে পরিশেষে যাহা থাকিবে, তাহাই নির্দিষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে।

অত্যন্ত সূক্ষ্ম হিসাব করিবার প্রয়োজন না থাকিলে ভূমির দশ পনের জায়গায় প্রস্থের গড় ধরিয়া, পরস্পর গুণ করিলে বাহা হয়, তাহাকেই নির্দিষ্ট ক্ষেত্রের কালি ধরা গিয়া থাকে।

উদাহরণ।

১। এই প্রকার ক্ষেত্রের কালি করিতে হইলে প্রথমতঃ উহার ভিতরে প্রতিকৃতির জায় একটা বহুভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, পরে যে ছয়টা ঘোঁজ দেখিতেছ, প্রথম নিয়ম অনুসারে ঐ ঘোঁজ



গুলির কালি পৃথক্ পৃথক্ বাহির করিতে হইবে, যে ছয়টা ঘোঁজ দেখিতেছ, সকল গুলিই অভ্যন্তরের ক্ষেত্রটির বাহিরে পড়িয়াছে, সুতরাং ঐ গুলিকে অঙ্কিত বহুভুজ ক্ষেত্রের কালির সহিত যোগ করিয়া যে সমষ্টি হইবে, তাহাই নির্দিষ্ট ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল হইবে।

২। এইরূপ একটা ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে





৫। লম্বরেখাগুলি ২·৭১৪, ২·৭৫৯, ২·৮০২, ২·৮৪৪, ২·৮৮৪ ;  
সাধারণ ব্যবধান ৯ ইঞ্চি ; পরিমাণফল কত ?

র—৮·৪০৩ বর্গ ফুট ।

৬। লম্বরেখাগুলির পরিমাণ যথাক্রমে  $\frac{১}{৩}$ ,  $\frac{১}{২}$ ,  $\frac{১}{২}$ ,  $\frac{১}{৩}$ ,  $\frac{১}{৪}$ ,  $\frac{১}{৬}$ ,  
 $\frac{১}{৬}$ ,  $\frac{১}{৬}$ ,  $\frac{১}{৪}$ ,  $\frac{১}{৩}$ , ও  $\frac{১}{৩}$  ফুট ; সাধারণ ব্যবধান এক ফুটের  $\frac{১}{১০}$  অংশ ;  
পরিমাণফল কত হইবে ? উত্তর—৬৯৩·১ বর্গ ফুট ।

## দশম পরিচ্ছেদ ।

### সদৃশ ক্ষেত্র ।

সদৃশ ক্ষেত্র কাহাকে কহে তাহা পরিভাষাপরিচ্ছেদে নির্ণীত হইয়াছে, আর সদৃশ ক্ষেত্রের পরস্পর সম্বন্ধঘটিত কতিপয় নিয়ম দ্বিতীয় অধ্যায়ের দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে ব্যাখ্যাত হইয়াছে । এক্ষণে সদৃশ ক্ষেত্রসমূহের পরিমাণ পরস্পর কিরূপ সম্বন্ধে সম্বন্ধ তাহার উল্লেখ ও ব্যাখ্যা করা যাইতেছে ।

সদৃশ ক্ষেত্রসমূহের পরস্পর সম্বন্ধ বিষয়ে সাধারণ নিয়ম এই যে, সদৃশ ক্ষেত্র সমূহের পরিমাণফল অপর গুলির পরস্পর সদৃশ ও পরস্পরের স্থানীয়, ভূজ, কর্ণরেখা, লম্বরেখা, ব্যাস, ব্যাসার্ধ প্রভৃতি রাশির বর্ণের সহিত সমানুপাতী ।

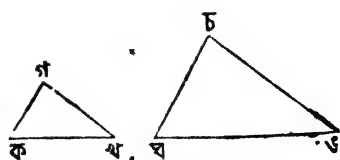
ননে কর কখগ ত্রিভুজ ঘঙচ

ত্রিভুজের সদৃশ, এবং এই হে-

তুক ক,খ,ও গ যথাক্রমে ঘ,ঙ,

ও চ কোণত্রয়ের সহিত সমান

এবং সমান সমান কোণে উভয় পার্শ্বস্থ ভূজগুলি পরস্পর সমান



পাতী ; তাহা হইলে কগখ কোণ ঘণ্ডচ কোণের সহিত সেই  
অনুপাত বহন করিতেছে, কগ<sup>২</sup> এই রাশি ঘচ<sup>২</sup> এই রাশির  
সহিত কখ<sup>২</sup> ঘণ্ড<sup>২</sup> এই রাশির সহিত অথবা একটা ত্রিভুজের  
উন্নতির বর্গ অপটীর উন্নতির বর্গের সহিত, যে সম্বন্ধ বহন করি-  
তেছে । অর্থাৎ :—

কগখ : ঘচণ্ড :: কগ<sup>২</sup> : ঘচ<sup>২</sup> ; অথবা

কগখ : ঘণ্ডচ :: কখ<sup>২</sup> : ঘণ্ড<sup>২</sup> ; অথবা

কগখ : ঘচণ্ড :: প্রথমটীর উন্নতি<sup>২</sup> : দ্বিতীয়টীর উন্নতি<sup>২</sup> ।

যদি তিনটা অপেক্ষা অধিক ভুজবিশিষ্ট ক্ষেত্র, অর্থাৎ চতুর্ভুজ  
প্রভৃতি যাবতীয় বহুভুজ ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ হয়, তাহা হইলে  
উহাদিগের ও পরস্পর এইরূপ সম্বন্ধ হইবে, কারণ তাহা হইলে  
উহাদিগকে সদৃশ ত্রিভুজে বিভক্ত করিতে পারা যায় ।

(যুক্তি । মনে কর দুইটা পরস্পর সদৃশ ত্রিভুজ আছে, এবং  
এই উভয়ের মধ্যে একটীর অন্যতম ভুজ অন্যটীর তৎসদৃশ ভুজের  
তিন গুণ ; তাহা হইলে বৃহত্তর ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ক্ষুদ্রতর  
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের ঠিক ৯ গুণ হইবে, কারণ ৯ এই রাশি  
৩ এই রাশির বর্গ । এইরূপ হইবার কারণ কি তাহা কিঞ্চিৎ  
অনুধাবন করিলে সহজেই বুঝিতে পারা যাইবে । বৃহত্তর ত্রিভুজ-  
টীর যে ভুজটা ক্ষুদ্রতরটীর তৎসদৃশ ভুজের ত্রিগুণ সেইটাকে বৃহ-  
ত্তরের ভূমি বলিয়া ধর, তাহা হইলে বৃহত্তরটীর ভূমি ক্ষুদ্রতরটীর  
ভূমির ত্রিগুণ, আবার যেহেতু ত্রিভুজ দুইটা পরস্পর সদৃশ অতএব  
বৃহত্তরটীর উন্নতি ও ক্ষুদ্রতরটীর উন্নতির ত্রিগুণ ; কিন্তু ত্রিভুজ-  
মাত্রের পরিমাণফল উহার ভূমি ও উন্নতি পরস্পর গুণ করিলে  
যাহা হয় তাহার অর্ধেক ; অতএব বৃহত্তরটীর ক্ষেত্রফল ক্ষুদ্রতর-  
টীর ক্ষেত্রফলের ৯ গুণ হইবে ইহা স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে । সদৃশ

ত্রিভুজদ্বয়ের উপর বর্গ অঙ্কিত করিয়া দেখিলে উহা আরও স্পষ্টরূপে সপ্রমাণ হইবে। আবার যদি দুইটী সদৃশ ত্রিভুজের মধ্যে একটীর একটী ভুজ অন্যটীর তৎসদৃশ ভুজের ৬ গুণ হয়, তাহা হইলে বৃহত্তর ক্ষেত্রফল ক্ষুদ্রতরটীর ক্ষেত্রফলের ৩৬ গুণ হইবে ইত্যাদি।)

### উদাহরণ ।

১। যে সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ১ ফুট, তাহার পব-  
মাণফল  $\cdot ৪৩৩\cdot ১২৭$  বর্গ ফুট; যে সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ  
৭ ফুট; তাহার ক্ষেত্রফল কত?

$১^১ = ১$ ;  $৭^২ = ৪৯$ ; অতএব  $১ : ৪৯ :: ৪৩৩\cdot ১২৭$  নির্ণেয়  
ক্ষেত্রফল;

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল  $= ৪৯ \times ৪৩৩\cdot ১২৭ = ২১\cdot ২১৭৬২২৩$   
বর্গ ফুট।

(ইহা দ্বারা স্পষ্টই প্রতীত হইতেছে যে, কোন সমবাহু  
ত্রিভুজের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার যে কোন  
একটী ভুজের বর্গকে  $\cdot ৪৩৩\cdot ১২৭$  দিয়া গুণ করিতে হইবে।  
গুণফল নির্ণেয় কালি হইবে।)

২। দুইটী পরস্পর সদৃশ সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যে প্রথমটীর  
ভূমি ৬০ ফুট ও কর্ণরেখা ১০৯ ফুট, যদি দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফল  
 $৩৫৬\frac{১}{২}$  বর্গ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার কর্ণরেখা কত হইবে?

প্রথমটীর লম্ব  $= \sqrt{(৬০^২ + ৪৯)} = ৬১$ ; অতএব উহার ক্ষেত্র-  
ফল  $= \frac{৬০ \times ৬১}{২}$ ; আবার প্রথমটীর ক্ষেত্রফল : দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্র-  
ফল ::  $৬০^২ : ৩৫৬\frac{১}{২}$  : দ্বিতীয়টীর কর্ণরেখার বর্গ।

$৬০ \times ৬০ : ৩৫৬\frac{১}{২} :: ৬০^২ : ৬০^২ \times ৬৪ \div ৪৯$ ; অথবা  
 $৪৯ : ৬৪ :: ৬০^২ : ৬০^২ \times ৬৪ \div ৪৯$ ;

অতএব দ্বিতীয়টির কর্ণরেখা  $= \sqrt{(১০৯ \times ৬৪ \div ৪৯)} = ২০৯ \times ৮ \div ৭ = ১২৪\frac{৪}{৭}$  ফুট ।

৩। একটি চতুর্ভুজক্ষেত্রের পরিমাণফল ২১৪০ $\frac{১}{২}$ ; এবং উহার একটি কর্ণ ৬৩; এই ক্ষেত্রের সহিত সদৃশ এরূপ একটি চতুর্ভুজের পরিমাণফল নির্ণয় কর, যাহার সদৃশ কর্ণরেখা ৬১ ।

৬৩২ : ৬১২ :: ২১৪০ $\frac{১}{২}$  : অন্যটির ক্ষেত্রফল ।

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল  $= ৬১২ \times ২১৪০\frac{১}{২} \div ৬৩২ = ২০০৬\frac{৫}{৮}$  ।

সমুদয় বৃত্তক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র । ছই বা ততোধিক বৃত্তক্ষেত্রের প্রত্যেকের ব্যাসার্ধের বর্গ পরিমাণের পরস্পর যে অনুপাত, উহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফলেরও পরস্পর সেই অনুপাত । অর্থাৎ :—

একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল : আর একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল :: প্রথমটির ব্যাসার্ধের বর্গ : দ্বিতীয়টির ব্যাসার্ধের বর্গ ।

উদাহরণ ।

১। এরূপ একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ পরিমাণ নির্ণয় কর, যাহার ৬০ অংশ পরিমিত কোণের একটি খণ্ডের পরিমাণফল ২০ বর্গ ইঞ্চি ।

যদি বৃত্তের ব্যাসার্ধ ১০ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে ৬০ অংশ পরিমিত কোণের খণ্ডের ক্ষেত্রফল ৯০০ $\frac{১}{৬}$  বর্গ ইঞ্চি হইবে ; অতএব ৯০০ $\frac{১}{৬}$  : ২০ :: ১০০ : নির্ণেয় ব্যাসার্ধের বর্গ পরিমাণ । অতএব নির্ণেয় ব্যাসার্ধের বর্গ  $= \frac{২০ \times ১০০}{৯০০\frac{১}{৬}} = ২২০০\frac{৭৫}{৮}$  ;

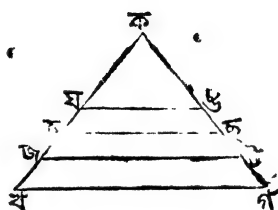
$\sqrt{(২২০০\frac{৭৫}{৮})} = ১৪৮৫\frac{৭}{৮}$  ; অতএব নির্ণেয় ব্যাসার্ধ  $= ১৪৮৫\frac{৭}{৮}$  ইঞ্চি ।

• বৃত্তক্ষেত্রের ন্যায় ছই বা ততোধিক বৃত্তক্ষেত্র, যাহাদের

অন্তর্গত কোণ পরস্পর সমান, তাহারা পরস্পর সদৃশক্ষেত্র ।  
বৃত্তখণ্ড এইরূপে পরস্পর সদৃশ হয় । সদৃশ বৃত্তচ্ছেদ বা সদৃশ  
বৃত্তখণ্ড তাহাদিগের ব্যাসার্দ্ধের বর্গ পরিমাণের সহিত সমান  
অনুপাত বহন করে ।)

বিবিধ উদাহরণ ।

১। কথগ একটি ত্রিভুজ ;  
ইহাব কথ ভুজ ১০ ফুট ; খগ  
ভূমির সহিত সমান্তর তিনটি  
ঋজুরেখা টানিয়া ত্রিভুজটাকে  
চারিটি সমান অংশে বিভক্ত  
করিতে হইবে ।



খগ ভূমির সহিত সমান্তর যে তিনটি ঋজুরেখা টানিতে  
হইবে তন্মধ্যে যেন ঘঙ ঋজুরেখা অপর দুইটি অপেক্ষা ক  
কোণের নিকটবর্তী । তাহা হইলে কঘঙ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলেব  
চতুর্থাংশ অর্থাৎ চারি ভাগের এক ভাগ । অতএব যদি সমগ্র  
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে ১ ধরা যায় তাহা হইলে ;

$$১ : \frac{১}{৪} :: কথ : কঘ^২ ;$$

$$\therefore কঘ^২ = \frac{১}{৪} \times কথ^২ = \frac{১}{৪} \times ১০^২ = \frac{১}{৪} \times ১০০ = ২৫ ;$$

$$\sqrt{২৫} = ৫ ; \text{ অতএব কঘ} = ৫ \text{ ফুট ;}$$

আবার যদি চছ ঋজুরেখা ঘঙ ঋজুরেখার অব্যবহিত পরবর্তী  
হয়, তাহা হইলে  $১ : \frac{১}{৪} :: কথ^২ : কচ^২$  ; অতএব  $কচ^২$   
 $= \frac{১}{৪} \times কথ^২ = \frac{১}{৪} \times ১০০ = ২৫$  ; অতএব  $কচ = \sqrt{২৫}$   
 $= ৫ = ৫.০০৭১০৬৭৮$  ফুট ;

আবার জট ঋজুরেখা চছ ঋজুরেখার অব্যবহিত পরবর্তী  
হইলে  $১ : \frac{১}{৯} :: কথ^২ : কজ^২$  ; অতএব  $কজ^২ = \frac{১}{৯} \times কথ^২ = \frac{১}{৯} \times ১০০ =$   
 $১১$  অতএব  $কজ = \sqrt{১১} = ৮.৬৬০২৫৪০$  ফুট ।

২। একটি তালুকের নক্সা করা হইয়াছে, উহাতে ২০ ফুট বুঝাইতে ১ ইঞ্চি স্থান ধরা হইয়াছে, অর্থাৎ নক্সার ১ ইঞ্চিতে আসলের কুড়ি ফুট বুঝিতে হইবে, নক্সাটির কত খানি স্থানে আসলের ৮০০০ বর্গ গজ পরিমিত স্থান হইবে ?

$$২০ \text{ ফুট} = ২০ \times ১২ = ২৪০ \text{ ইঞ্চি} ;$$

অতএব  $২৪০ \times ২৪০ : ৮০০০ :: ১ : \text{নির্ণেয় স্থান} ;$

অতএব নির্ণেয় স্থান  $= \frac{২৪০ \times ২৪০}{৮০০০} = \frac{২৪ \times ২৪}{৮০} = \frac{২৪ \times ৩}{১০} = \frac{৭২}{১০} = ৭.২$  । অর্থাৎ নির্ণেয় স্থান ১ বর্গগজ অর্থাৎ ৯ বর্গ ফুটের  $\frac{৭২}{১০০}$  অংশ ।

অতএব নির্ণেয় স্থান  $= \frac{৭২}{১০০} \times ৯ = \frac{৮১}{১২.৫} = ১.২$  বর্গফুট ।

৩। যদি ম্যাপের ১ বর্গ ইঞ্চিতে আসলের ৪ বর্গ গজ হয়, তাহা হইলে কিরূপ পরিমাণের ফুটদ্বারা ম্যাপখানি অঙ্কিত হইয়াছে বল ।

৪ বর্গ গজ  $= ৪ \times ৯ \times ১৪৪$  বর্গ ইঞ্চি ;  $\sqrt{৪ \times ৯ \times ১৪৪} = ৭২$  ;  
অতএব স্কেলটি ৭২ ইঞ্চিতে ১ ইঞ্চি মাপের ইহা স্পষ্টই প্রতীতি হইতেছে ।

৪। একটি সমকোণী সমান্তরিক অর্থাৎ আয়তক্ষেত্রের ভূজদ্বয়ের পরস্পর অনুতাপ ৪ এবং ৫ এই দুই সংখ্যার পরস্পর অনুপাতের সহিত সমান, এবং ক্ষেত্রটির পরিমাণফল ১৮০ বর্গ ফুট ; ভূজদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণ নির্ণয় কর ।

যদি আয়তক্ষেত্রের ভূজদ্বয় যথাক্রমে ৪ ও ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল ২০ বর্গ ফুট হইবে ; অতএব  $২০ : ১৮০ : ৪২$  : নির্ণেয় সদৃশ ভূজের বর্গ ;

অতএব নির্ণেয় সদৃশ ভূজের বর্গ  $= \frac{৪২ \times ১৮০}{২০} = \frac{১৬ \times ১৮০}{৫} = ১৬ \times ৩৬ = ৫৭৬$  ; অতএব নির্ণেয় সদৃশ ভূজ  $= \sqrt{৫৭৬} = ২৪$  ফুট ; অতএব  $৪ : ৫ : ২৪ : ২৫$  : অপর ভূজ ;

অতএব অপর ভূজ =  $\frac{৫ \times ১২}{৪} = ১৫$  ফুট ।

৫। একটি ত্রিভুজের উন্নতিপরিমাণ ১৭ ফুট, ত্রিভুজটির ভূমির সহিত সমান্তর দুইটি ঋজুরেখা টানিয়া ত্রিভুজটিকে দুইটি সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে ; বিভাগ করিলে প্রত্যেক অংশের উন্নতি কত হইবে ?

২ মনে কর কখগ একটি

ত্রিভুজ, খঘ ইহার লম্ব পরিমাণ

অর্থাৎ উন্নতি ; ঘড, ডঢ ও

খঢ এই তিনটির পরিমাণ নির্ণয়

করিতে হইবে, এই তিনটাই

যথাক্রমে কঢ, উজ, এবং খছ

জ এই তিন সমান ভাগের

প্রত্যেকের উন্নতি, খছজ,

খঙচ, ও খকগ এই তিনটি

ত্রিভুজের পরস্পর সদৃশ, এবং উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফলের

পরস্পর সম্বন্ধ, ১, ২, ও ৩ যথাক্রমে এই তিন রাশির পরস্পর

সম্বন্ধের সহিত সমান । অতএব খকগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল :

খঙচ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল :: ১৭<sup>২</sup> : খড<sup>২</sup> ; অর্থাৎ ৩ : ২ ::

১৭<sup>২</sup> : খড<sup>২</sup> ; অতএব খড<sup>২</sup> =  $\frac{৩ \times ১৭ \times ১৭}{৪} = ১৯২\frac{৩}{৪}$  ; অতএব

খড =  $\sqrt{১৯২\frac{৩}{৪}} = ১৩.৮৮$  ফুট । আবার খকগ ত্রিভুজ :

খছজ ত্রিভুজ :: ১৭<sup>২</sup> : খঢ<sup>২</sup> ; অর্থাৎ ৩ : ২ :: ১৭<sup>২</sup> : খঢ<sup>২</sup> ;

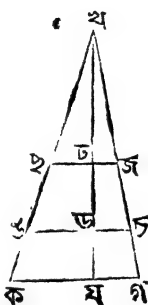
অতএব খঢ<sup>২</sup> =  $\frac{২}{৩} \times ১৭^২ = ২৬৬\frac{২}{৩}$  , অতএব খঢ =  $\sqrt{২৬৬\frac{২}{৩}} = ১৬.৮১৫$

ফুট ; এক্ষণে খঘ—খড = ১৭—১৩.৮৮ = ৩.১২ ফুট = ঘড

আবার খড—খঢ = ১৩.৮৮—১৬.৮১৫ = -২.৯৩৫ ফুট = ডঢ ,

অতএব খঢ = ১৬.৮১৫ ফুট ; ঢড = ২.৯৩৫ ফুট ; এবং ডঘ =

৩.১২ ফুট ।



১৫ উদাহরণমালা ।

১। একটি ক্ষেত্রের অন্যতম ভূজ ৪২০ লিঙ্ক, এই ক্ষেত্রটির সদৃশ অপর একটি ক্ষেত্রের সদৃশ ভূজটির ২৯৭ লিঙ্ক, ক্ষেত্রদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণফল পরস্পর তুলনা কর ।

[ উত্তর—দ্বিতীয়টির ক্ষেত্রফল প্রথমটির ক্ষেত্রফলের প্রায়  
দ্বিগুণ ]

২। প্রতি ইঞ্চিতে ২০ মাইল এইরূপ গজ দ্বারা বাঙ্গালা দেশের একখানি মানচিত্র অঙ্কিত হইয়াছে, এইরূপে সমগ্র ম্যাপ খানি সর্বশুদ্ধ ১ বর্গ ফুট হইয়াছে ; যদি প্রতি ইঞ্চিতে ২৫ মাইল এইরূপ স্কেলদ্বারা আঁকা যায়, তাহা হইলে ম্যাপ খানি কত টুকু স্থান ব্যাপিয়া থাকিবে ? উত্তর—৯২.১৬ বর্গ ইঞ্চি ।

৩। একটি চতুর্ভুজের চারিটি ভূজ যথাক্রমে ২৫, ২, ৬০, ও ৫৫ ফুট, ইহার পরিমাণফল ২১৪০.২ বর্গ ফুট ; এই চতুর্ভুজটির সহিত সদৃশ অপর একটি চতুর্ভুজের পরিমাণফল ২০০৬.৬ বর্গ ফুট ; ইহার ভূজচতুষ্টয়ের সমষ্টি কত হইবে ? উত্তর—১৮৫.৯ ফুট ।

৪। একটি বিষম ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের ক্ষুদ্রতম ভূজের পরিমাণ ৮.২ মনে কর ইহার ক্ষেত্রফল ২ এই সংখ্যাদ্বারা প্রকাশিত হইতেছে, এই ক্ষেত্রটির সহিত সদৃশ অপর একটি ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের ক্ষুদ্রতম ভূজ ১১.২ ; এইটির ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

উত্তর—৩.৬৬০৯ ।

৫। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ ফুট, ইহার সহিত অপর একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১৫০ বর্গ ফুট ; উহাদের ভূমিদ্বয়ের পরস্পর কিরূপ অনুপাত হইবে ?

উত্তর—১২০ : ৪৯ ; প্রায় ।

৬। একটি ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৩৬০০ বর্গ গজ, এই ক্ষেত্র-



টীর ১০ ফুট ৯ ইঞ্চি মাপের গজদ্বারা আঁকিয়া ইহার মানচিত্র করা হইয়াছে, মানচিত্রের কত বর্গইঞ্চি পরিমিত স্থান উহাদ্বারা ব্যাপ্ত করা হইবে? উত্তর—৩২৪ বর্গ ইঞ্চি।

৭। একটা ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৬ একর. ক্ষেত্রটাকে ২০ ফুটে ১ ইঞ্চি মাপের স্কেলদ্বারা অঙ্কিত করা হইয়াছে; ইহা ম্যাপের কত টুকু স্থান অবরোধ কবিবে?

উত্তর—৬৫৩.৪ বর্গ ইঞ্চি।

৮। একখানি মানচিত্রের প্রত্যেক বর্গ ইঞ্চি এক এক বর্গ গজ বুঝাইতেছে, কিরূপ মাপের স্কেলে উহা অঙ্কিত হইয়াছে বল। উত্তর—৩৬ ফুট ১ ইঞ্চি।

৯। একটা জমির মানচিত্র প্রস্তুত করা হইয়াছে, জমি খানি মানচিত্র অপেক্ষা ১০ হাজার গুণ বড়. এই ক্ষেত্রটাব ২০ পরিমিত স্থান বুঝাইতে মানচিত্রের কত টুকু স্থান লাগিবে?

উত্তর—৭.২ ইঞ্চি।

১০। একটা আয়তক্ষেত্রের দুই ভূজের পরস্পর অনুপাত ২:৩; আর উহার পরিমাণফল ২১০ বর্গ ফুট; উহার প্রত্যেক ভূজের পরিমাণ কত? উত্তর—১১.৮৩ ও ১৭.৭৪৮ ফুট।

১১। একটা ত্রিভুজের ভূজত্রয়ের পরস্পর অনুপাত ১৩:১৪: ১৫, এবং উহার পরিমাণফল ২৪২৭৬ বর্গ ফুট; প্রত্যেক ভূজের পরিমাণ কত ফুট? উত্তর—২২১, ২৩৮ এবং ২৫৫ ফুট।

১২। একটা সমবাহু ত্রিভুজ ও একটা বর্গক্ষেত্রের ভূজ-সমষ্টি অভিন্ন; উহাদের ক্ষেত্রফলদ্বয় পরস্পর তুলনা কর।

উত্তর—বর্গক্ষেত্র = ত্রিভুজ  $\times 1.22৯৯$ ।

১৩। একটা বর্গক্ষেত্র ও একটা সম বড় ভূজ এই উভ-

যের ভূজসমষ্টি এক ও অভিন্ন ; উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল পরস্পর তুলনা কর ।

উত্তর—সম ষড়্ভুজ=বর্গক্ষেত্র  $\times ১.১৫৪৭$  ।

১৪ । একটী বৃত্তের পরিধি পরিমাণ কোন একটী বর্গক্ষেত্রের ভূজসমষ্টির সহিত সমান ; উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল পরস্পর তুলনা কর । উত্তর—বৃত্ত=বর্গক্ষেত্র  $\times ১.২৭৩২$  ।

১৫ । একটী সমবাহু ত্রিভুজের ভূজপরিমাণ কত হইলে, উহার ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গফুট হইবে ? উত্তর—১৫.১৯ ফুট ।

১৬ । যদি কোন বৃত্তক্ষেত্রের ৯০ অংশ পরিমিত কোণবিশিষ্ট খণ্ডের পরিমাণফল ৫০ বর্গ ফুট হয়, তাহা হইলে বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধ কত হইবে ? উত্তর—১৩.২৩৬ ফুট ।

## চতুর্থ অধ্যায় ।

জরিপ ।

প্রথম পরিচ্ছেদ ।

ভূমি মাপিবার প্রণালী ।

ভূমি মাপিবার প্রণালীকে জরিপ কহে । কোন্ জমির আকার কিরূপ, তাহার কোন্ খানে কি পদার্থ আছে, তাহার কালি কত, এই সমুদায় বা এই সমুদায়ের কিয়দংশ বিষয়ের নিরূপণ করিবার জন্য জরিপের প্রয়োজন হয় । জরিপ করিবার পর অনেক ভূমির নক্সা করিতে হয়, তাহার পর কালি করিতে হয় । আমাদের দেশে জরিপ করিবার তিন চারি প্রকার প্রণালী প্রচ-

লিত আছে । জরিপের প্রণালীভেদে জরিপ করিবার উপকরণ ও ভিন্ন ভিন্ন প্রকার হইয়া থাকে । আমাদের দেশের জমিদারেরা সচরাচর একপ্রকার রশিদ্বারা জমিদারী মহাল সকল জরিপ করাইয়া থাকেন, ঐ রশিকে জমিদারী রশি কহে । উহা সূতার দড়ি অথবা চর্শ্বদ্বারা নির্মিত । উহা ৪০ গজ অর্থাৎ ৮০ হাত লম্বা ও ২০ টী সমান অংশে বিভক্ত । প্রত্যেক অংশের নাম কাঠা । বঙ্গালা দেশের অনেক স্থানেই প্রায় ঐ রশির ব্যবহার হইয়া থাকে । কোথাও কোথাও বা বাঁশের লগী অথবা নলদ্বারা জরিপ করা হয় । জরিপ ঠিক ও নিভুল করিতে হইলে জরিপী ফিতা ব্যবহার করিতে হয় । জরিপী ফিতাও চামড়া বা রজ্জু দ্বারা নির্মিত । উহা ১০০ ফুট লম্বা, এবং প্রত্যেক ফুট দশটী সমান অংশে বিভক্ত । কিন্তু এক্ষণে উল্লিখিত উপকরণ দ্বারা জরিপ করিবার প্রথা প্রায়ই উঠিয়া গিয়াছে । আদালতেব আমীনেরা গণ্টারের চেন নামক একপ্রকার শিকল দ্বারা জমি জরিপ করিয়া থাকেন । এই চেনই আজি কালি জরিপ করিবার একমাত্র উপকরণস্বরূপ ব্যবহৃত হইতে আরম্ভ হইয়াছে । সপ্তদশ শতাব্দের প্রারম্ভে এড্‌মণ্ড গণ্টের নামে এক ব্যক্তি ঐ চেনের সৃষ্টি করেন, এই জন্য ঐ চেন তাঁহার নামে অভিহিত হইয়াছে । গণ্টারের চেন সর্বশুদ্ধ ৪ পোল অর্থাৎ ২২ গজ লম্বা, ইহা ১০০ সমান লিঙ্ক অর্থাৎ অংশে বিভক্ত, সূতরাং প্রত্যেক লিঙ্ক ১ গজের  $\frac{22}{100}$  অংশ লম্বা, অর্থাৎ ৭.৯২ ইঞ্চি লম্বা । মাপ করিবার সময় যে স্থানে মাপ আরম্ভ করিতে হইবে, যেখানে মাপ শেষ হইবে, অথবা যেখান হইতে দিক পরিবর্ত করিয়া ভিন্ন দিকে মাপিয়া যাইতে হইবে, তদ্বৎস্থানে এক একটী নিশান পুঁতিতে হয় ।

গণ্টারের চেন সমুদয়ে ১০০ লিঙ্কে বিভক্ত, এই ১০০ লিঙ্কের

মধ্যে প্রতি দশ দশ লিঙ্গ এক একটী পিতলের আংটা দ্বারা বোড়া থাকে ।

চেন দ্বারা ভূমি মাপ করিবার সময় জরিপ আমীন ১০ টী পিন ব্যবহার করিয়া থাকেন, এই দশটী পিন লৌহনির্মিত ও সূচ্যগ্রবৎ । মাপিবার সময় এই গুলিকে ভূমিতে পুঁতিয়া ইহাদের প্রত্যেকের উপর এক একটী ছোট নিশান দিতে হয়, ভূমি অত্যন্ত কঠিন হইলে জরিপ করিবার খালাসীর হাতে হাতুড়ি থাকে, ঐ হাতুড়ি দ্বারা পিন পুঁতিতে হয় ।

চেন দ্বারা জরিপ করিবার প্রণালী ।

ভূমি মাপিবার সময় অগ্রে, কোন্ স্থান হইতে মাপ আরম্ভ, আর কোন্ স্থানে মাপ শেষ করিতে হইবে, তাহা স্থির করিয়া লইতে হয় । যদি এই দুই স্থানে কোন বাড়ী গাছ প্রভৃতি কোন পদার্থ থাকে, তাহা হইলে উহা দ্বারাই ঐ দুই স্থান চিহ্নিত হয়, কিন্তু যদি না থাকে, তাহা হইলে তথায় একটী নিশান খাড়া করিয়া দিতে হয় । এই দুইটী স্থান বিশেষরূপে নির্দিষ্ট হইলে, একজন খালাসী শিকলের এক মুড়া ধরিয়া মাপ আরম্ভ করিবার স্থানে দাঁড়ায় আর একজন খালাসী শিকলের অন্য মুড়া ধরিয়া মাপ শেষ করিবার স্থানের দিকে যাইতে থাকে । পাছের খালাসী পায়ের অগ্রভাগ দ্বারা শিকলের এক মুড়া ধরিয়া একটী নিশান লইয়া দাঁড়ায়; এবং আগের খালাসী উল্লিখিত পিন দশটী ও শিকলের অপর মুড়া হাতে লইয়া অগ্রে যাইতে থাকে, এইরূপে অগ্রসর হইতে হইতে যখন শিকল গাছি শেষ হইয়া যায়, তখন এক শিকল ভোর মাপ বুঝিতে হইবে, অর্থাৎ শিকল গাছি মাটিতে শটান হইয়া পড়িলে আগের খালাসী তাহার হাতে

শিকলের যে মুড়া আছে, তথায় একটা পিন মারিবে। এইরূপে এক শিকল মাপ হইলে, পাছের খালাসী আপনার পায়ের নীচে হইতে শিকলের আঁটা উঠাইয়া লইবে, এবং আর এক শিকল মাপিবার নিমিত্ত আগের খালাসীকে শিকল উঠাইয়া নিশানের দিকে চলিয়া যাইতে কহিবে। আগের খালাসী এইবারে পূর্বের স্থায় আবার শিকল হাতে করিয়া অগ্রে যাইতে থাকে, এবং শিকল শটান হইয়া মাটিতে পড়িলে আবার শেষের যায়-গায় একটা পিন মারিবে, এইরূপে ক্রমে মাপিতে মাপিতে মাপ আরম্ভের স্থান হইতে মাপ শেষ করিবার স্থান পর্যন্ত যাইলেই মাপ শেষ হইবে। একটা মাপ শেষ হইলে আবার আর একটা মাপ আরম্ভ করিবে। একটা মাপ শেষ করিয়া কয়টা পিন পোতা হইয়াছে গণনা করিলেই কয় গজ মাপ হইয়াছে তাহা নির্ণীত হইবে। সমগ্র চেনটা ১০০ ভাগে বিভক্ত; প্রত্যেক ভাগের দৈর্ঘ্য ৭.৯২ ইঞ্চি। স্মৃতরাং চেনের দ্বারা বড় ও ছোট উভয় প্রকার মাপই অতি সহজে লইতে পারা যায়।

মাপ করিতে করিতে দশটা পিনই ফুরাইয়া গেলে পাছের খালাসী ক্রমে ক্রমে এক একটা করিয়া দশটা পিনই উঠাইয়া লইয়া, আগের খালাসীর হাতে দেয়, এবং আগের খালাসী পুনর্বার পূর্বের মত মাপ আরম্ভ করে। দশ চেন মাপ হইলেই জরিপ আমীন তাঁহার ফীল্ডবুক অর্থাৎ চিঠাপুস্তকে মাপ টুকিয়া রাখিবেন, এইরূপে যত চেন যত লিঙ্গ মাপ হইবে তাহা গণনা করিলেই মাপ শেষ হইবে।

মাপিবার সময় জরিপ আমীনের বিশেষরূপ সাবধান হইয়া মাপ করা উচিত, যে স্থান হইতে মাপ আরম্ভ করিয়া যে স্থানের দিকে মাপ যাইতেছে, মাপিবার সমস্ত যাইতে চেন এদিক ওদিক

না যাইয়া ঠিক ঠিকানার দিকে যায়, তদ্বিষয়ে বিশেষ মনোযোগ করা কর্তব্য, নতুবা মাপ কখনই ঠিক হইবে না। মাপ এক নিশানা হইতে আরম্ভ হইয়া ঠিক অন্ত্র নিশানের দিকে যাইতেছে কি না, তাহা নির্ণয় করিবার জন্য সম্মুখের ঠিকানার সহিত সম-সূত্রপাতে অবস্থিত অপর কোন একটা পদার্থ স্থির করিতে হয়, এরূপ করিলে যেখানে মাপের প্রতি সন্দেহ হইবে, সেই খানেই ঐ পদার্থটির সহিত ও মাপের সহিত ঠিক আছে কি না দেখি-লেই সন্দেহভঞ্জন হইবে।

দিক্ নির্ণয় করিবার জন্য চেনের সহিত কম্পাসও ব্যবহৃত হইয়া থাকে। কম্পাস একটা চুম্বকপ্রস্তরের শলাকামাত্র। উহাকে যে ভাবে স্থাপিত কর না কেন, চুম্বকের শলাকা সর্বদাই ঠিক উত্তর দিকের অভিমুখে থাকিবে অতএব উহা দ্বারা মাপের কোন্ দিকে কি পদার্থ আছে, অথবা কোন্ পদার্থের কোন্ দিকে মাপ হইতেছে ইহা অনায়াসেই নির্ণয় করা যাইতে পারে।

যদি পরিমেষ ক্ষেত্র চারিকোণা হয় তাহা হইলে চতুর্ভুজের নিয়মানুসারে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

উদাহরণ।

১। একটা চতুর্ভুজক্ষেত্র, ৮ চেন ২৫ লিঙ্ক লম্বা, ও ৩ চেন ২৬ লিঙ্ক চওড়া; উহার পরিমাণফল কত?

৮ চেন ২৫ লিঙ্ক = ৮.২৫ চেন; ৩ চেন ২৬ লিঙ্ক = ৩.২৬ চেন;

অতএব ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × বিস্তার = ৮.২৫ × ৩.২৬;

$$\begin{array}{r} ৮.২৫ \\ \times ৩.২৬ \\ \hline \end{array}$$

৫৩৭০ অতএব ক্ষেত্রের পরিমাণফল = ২৬.১৭৭০

১৭২০ বর্গ চেন = ২.২১৭৭ একর = ২ একর ৩ রুড,  
২৬৮৫ ২৭ পোল।

২৬.১৭৭০

২। একটা ত্রিভুজাকার খান্যক্ষেত্রের ভূজগুলি যথাক্রমে ৫.২ চেন, ৫.৬ চেন, ও ৬ চেন ; জমির কালি কত ?

$$৫.২ + ৫.৬ + ৬ = ১৬.৮ ; \frac{১}{২} \times ১৬.৮ = ৮.৪ ;$$

$$৮.৪ \times ৫.২ = ৩৮.৮ ; ৮.৪ \times ৫.৬ = ৪৭.৮ ; ৮.৪ \times ৬ = ৫০.৪ ;$$

$$৮.৪ \times ৩.২ \times ২.৮ \times ২.৪ = ১৮০০.৬৩৩৬ ;$$

$$\sqrt{১৮০০.৬৩৩৬} = ৪২.৪৪ ;$$

অতএব ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ১৩.৪৪ বর্গ চেন = ১.৩৪৪ একর = ১ একর ১ রুড, ১৫০০৪ পোল ।

৩। একটা গোলাকার ফুলবাগানের ব্যাস ২ চেন ৫০ লিঙ্ক; উহার পরিমাণফল কত ?

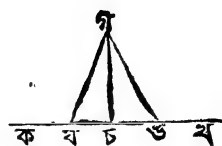
$$২.৫ \times ২.৫ \times ৩.১৪১৬ = ১৯.৬৩৫ ;$$

অতএব নির্ণয় ক্ষেত্রফল = ১৯.৬৩৫ বর্গ চেন = ১.৯৬৩৫ একর = ১ একর ৩ রুড ৩৪-১৬ পোল ।

ত্রিভুজ, বিষম চতুর্ভুজ প্রভৃতি নানাবিধ ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে কতকগুলি লম্বরেখার মাপ লইতে হয়। যে লম্বরেখার মাপ লইতে হইবে উহা ঠিক কোন্ স্থানে অবস্থিত হইবে, তাহা নির্ণয় করিতে পারিলে পূর্বোক্ত নিয়মানুসারে অনায়াসেই রেখাটির দৈর্ঘ্য মাপিয়া লওয়া যায়। অতএব কি-প্রকারে লম্বের অবস্থানভাগ নির্ণয় করিতে হয়, দ্বিমে তাহাই প্রদর্শিত হইতেছে।

কোন একটা নির্দিষ্ট ঋজুরেখার বহিস্থ কোন একটা বিন্দু হইতে উহার উপর লম্বরেখা টানিতে হইলে লম্বরেখাটি ঠিক কোন্ স্থানে অবস্থিত হইবে তাহা নির্ণয় করিতে হইবে।

মনে কর কখ একটী নির্দিষ্ট ঋজু-  
রেখা, এবং গ উহার বহিস্থ নির্দিষ্ট  
বিন্দু ।



এক গাছি দড়ি লইয়া দুই সমান  
ভাগে মোড়, একজন খালাসী উহার  
মধ্যবিন্দুকে নির্দিষ্ট গ বিন্দুতে চাপিয়া রাখুক, এবং আর দুইজন  
লোক দুড়ি গাছিটির দুইটী মূড়া ধরিয়া বিস্তৃত করিয়া ঘচঙ  
বিন্দুতে পিন মারুক । ঘঙ ঋজুরেখার মধ্যবিন্দু চ নির্ণয় কর,  
তাহা হইলে গচ নির্দিষ্ট লম্ব হইবে ।

যদি কোন ঋজুরেখায় কোন একটী বিন্দু হইতে ঋজুরেখার  
সহিত সমকোণ করিয়া একটী ঋজুরেখা টানিবার প্রয়োজন হয়,  
তাহা হইলে উপরিউক্ত প্রক্রিয়ার ঠিক উল্টা করিলেই উহা  
নির্ণীত হইবে, অর্থাৎ দড়িটীকে দুই খান করিয়া উহার দুইটী  
মূড়া নির্দিষ্ট ঋজুরেখার দুইটী বিন্দুতে পিন মারিয়া রাখিয়া  
টানিয়া লইয়া গেলে যে স্থানে বসি গাছির মধ্যবিন্দুটী অবস্থিত  
হইবে, সেইস্থান হইতে লম্ব টানিলেই হইবে ।

উদাহরণ ।

১। একটি ত্রিভুজের ভূমি ১৩.২ চেন, ও খাড়াই ৮.৩ চেন,  
ত্রিভুজটির পরিমাপফল কত ?

$$\frac{১}{২} \times ১৩.২ \times ৮.৩ = ৫৪.৭৮$$

অতএব নির্ণয় ক্ষেত্রফল = ৫৪.৭৮ বর্গ চেন = ৫৪.৭৮ একর  
= ৫ একর ১ রুড় ৩৬.৪৮ পোল ।

২। কখঘগ একটি চতুর্ভুজ ক্ষেত্র, গঙ ও ঘচ এই দুইটি  
কখ ঋজুরেখার উপর লম্ব ; নিম্নলিখিত মাপগুলি লিখে লওয়া  
হইয়াছে ।

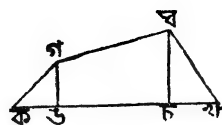


কঙ = ১১২, কচ = ৪৪৮,

কখ = ৬২৬, গঙ = ২২৩,

ঘচ = ২২৫:

অতএব গুচ = ৩৩৬, চখ = ১৭৮,



অতএব ক্ষেত্রটী যে তিন ভাগে বিভক্ত হইয়াছে, তাহাদেব  
প্রত্যেকের পরিমাণফল যথাক্রমে নিম্নলিখিত বর্গ লিঙ্ক হইবে ।

$$\text{কঙগ ত্রিভুজ} = \frac{1}{2} \times 112 \times 223 = 12488 ;$$

$$\text{গুচঘক ট্রাপিজিয়ড} = \frac{1}{2} \times 336 \times 518 = 87028 ;$$

$$\text{ঘচখ ত্রিভুজ} = \frac{1}{2} \times 178 \times 225 = 20025 ;$$

এই তিনটি সংখ্যার সমষ্টি = ১২৫৭৬৭ = ১.২৫৭৬৭ একর =  
১.২৫৭৬৭ × ৩ = ৩.৭৭৩০১ বিঘা ।

## দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ ।

ভূমিখণ্ডের দৈর্ঘ্য প্রস্থ, উন্নতি প্রভৃতি পরিমাণ নির্ণয়পূর্বক  
উহার ক্ষেত্রফল বা সারা কালি স্থির করিতে হইলে প্রথমতঃ  
উক্ত পরিমাণগুলিকে একখানি কাগজ বা খাতায় তিনটি পাশা-  
পাশী শ্রেণীতে লিখিয়া পরে তাহার নিম্নে কালি করিতে হয় ।  
যে পুস্তক বা কাগজে ঐ সকল পরিমাণ লিখিত হয়, তাহাকে  
ফীল্ডবুক চিঠা বা মাপবহী কহে । জরিপ করিবার সময় যে  
ভূমিখণ্ড জরিপ হয়, জরিপের সঙ্গে সঙ্গে তাহার অমুরূপ চিহ্ন বা  
নক্সা প্রস্তুত হইতে পারে না, সুতরাং তৎকালে শিকুল বা কোণ-  
বীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে ভূমির কোণের যে যে অংশ ও দৈর্ঘ্য  
প্রস্থাদির যে পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা ফীল্ডবুকে পরি-  
ষ্কৃতরূপে লিখিতে হয় । পরে জরিপ সমাপ্ত হইলে ঐ চিঠা হইতে  
আবশ্যকমত নক্সা প্রস্তুত করিতে পারা যায় ।

জরিপ করিবার সময় সর্বপ্রথম পরিমেষ ক্ষেত্রের মধ্যে এক কোণ হইতে অপর কোণ পর্য্যন্ত একটি সোজা মাপ গ্রহণ করিতে হয়, এই মাপটিকে ভূমি অথবা বেস লাইন কহে । ভূমিটি ক্ষেত্রের অন্যান্য সমুদায় দৈর্ঘ্য অপেক্ষা অধিক হওয়া উচিত । ক্ষেত্র ত্রিভুজ হইলে প্রথমতঃ উহার দীর্ঘতম ভূজের মাপ লইতে হয়, সমবাহু প্রভৃতি ত্রিভুজের যে কোন একটি ভূজের মাপ লইলেই চলে । ক্ষেত্র বিষম চতুর্ভুজ বা বিষম বহুভুজ প্রভৃতি হইলে প্রথমে উহার দীর্ঘতম ভূজের মাপ লইতে হইবে । বেস লাইনের অপর একটি নাম চেন লাইন । বেস লাইন ব্যতীত আর যতগুলি মাপ লইতে হয়, সেইগুলি কতিপয় নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার উপর লম্ব । এই সকল মাপ গৃহীত হইলে ঐ বেস লাইন ও লম্বসমূহ পরস্পর গণনা করিয়া কালি বাহির করা যায় ।

ফীল্ডবুক বিলোমরূপে লিখিতে হয়, অর্থাৎ কাগজের নিম্নদেশ হইতে লিখিতে আরম্ভ করিয়া ক্রমশঃ উপরে উঠিতে হয়, কারণ জরিপ করিবার সময় জরিপ আমীনকে ক্রমশঃ অগ্রসর হইতে হয়, কাজে কাজেই চিঠার অঙ্কপাত এই নিয়মে ক্রমশঃ নিম্ন হইলে উদ্ধে হইয়া থাকে । ফীল্ডবুকের প্রতি পৃষ্ঠায় তিনটি করিয়া স্তম্ভ, কলম বা শ্রেণী থাকে ; মধ্যের স্তম্ভে ভূমি অর্থাৎ বেস লাইনের দৈর্ঘ্যপরিমাণ লিখিতে হয়, এবং চেন হইতে চেন লাইনের ডাহিন ও বাম দিকে যে সমস্ত লম্বপাত করা যায়, তৎসমুদায়ের পরিমাণ যথাক্রমে মধ্যস্তম্ভের ডাহিন ও বামদিকের স্তম্ভে লিখিত হইয়া থাকে । ক চিহ্নিত স্থান ঋ চিহ্নিত স্থান ইত্যাদি ০ ক, ০ খ এইরূপ সাক্ষেতিক চিহ্ন দ্বারা প্রকাশিত হইয়া থাকে, এই সকল চিহ্নিত স্থানের নাম টেসন

বা ঠিকানা । জরিপের সময় চেন বা শিকল কোন্ দিকে যায়, তাহা দেখাইবার জন্য ফীল্ডবুকে “পশ্চিম” “পূর্ব” “দক্ষিণ” “পশ্চিম” এইরূপ লিখিয়া রাখিতে হয় ।

ফীল্ডবুকে কেবল দৈর্ঘ্য প্রস্থ খাড়াই প্রভৃতি কতকগুলি মাপ লিখিত থাকে এরূপ নহে, এতদ্ভিন্ন অন্যান্য অনেক বিষয় চিঠাতে লিখিয়া রাখিতে হয়, এই সকল বিষয় লিখিবার জন্য সচরাচর আর একটি অতিরিক্ত স্তম্ভ বা ঘর থাকে । উহাতে যাবতীয় মন্তব্য কথা লিখিতে হয়, এই সকল মন্তব্য বিষয় লিখিয়া রাখা আবশ্যিক, নতুবা প্রস্তুত করিবার সময় এই সকল বিষয়ের সবিশেষ প্রয়োজন । যদি বেসলাইন কোন বেড়া, পথ, পয়নালা, বা নদীর উপর দিয়া অতিক্রম করে, তাহা হইলে এই বিষয়টি এই মন্তব্য স্তম্ভে লিখিতে হইবে, যদি নিকটে কোন ইমারত, পুরাতন গাছ, দেবোত্তর মন্দির দীঘি প্রভৃতি থাকে তাহাও এই স্তম্ভে টুকিয়া রাখিতে হয়, এইরূপ আবার এই সকল পদার্থের ব্যবধান ও মাপ প্রভৃতিও লিখিলে ভাল হয় ।

জরিপ করিবার জন্য যে কয়টি মাপ লইবার প্রয়োজন হয়, জরিপ ঠিক ও নির্ভুল হইল কিনা নির্ণয় করিবার জন্য সচরাচর তদপেক্ষা অধিক সংখ্যক মাপ লইতে হয় । যে যে মাপ লইয়া জরিপ করিয়া যে যে কালি করা হইয়াছে, ঐ সকল কালি যদি উল্লিখিত অতিরিক্ত মাপগুলির সাহায্যে যে কালি পাওয়া যায়, তাহার সহিত অবিকল মিলিয়া যায়, তাহা হইলে জরিপ ঠিক হইয়াছে এরূপ বুঝিতে পারা যায়, তাহা না হইলে বুঝিতে হইবে যে জরিপ ভুল হইয়াছে, সুতরাং যেখানে ভুল গিয়াছে, তাহা শুদ্ধ করিয়া পুনরুৎসার কালি করিতে হয় । মনে কর একটি ত্রুটুকাকার ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে, গ্রন্থলে ত্রিভুজের

তিনটি ভূজের মাপ লইয়া কালি করা হইল, এই কালি নির্ভুল হইল কিনা দেখিবার জন্য ত্রিভূজের ভূমি ও ভূমির সম্মুখীন কোণ হইতে উহার উপর পতিত লম্বের পরিমাণ গ্রহণ পূর্বক কালি বাহির করিতে হয়, যদি উভয় প্রকার প্রণালীতেই কালি অবিকল একই হয়, তাহা হইলেই কালি ঠিক হইয়াছে বুঝিতে পারা যায়, নতুবা জরিপে ভুল গিয়াছে বুঝিয়া ভ্রমসংশোধন করিতে হয়। সকল প্রকার ক্ষেত্রেই এইরূপ করা আবশ্যিক। ভুল গিয়াছে কিনা, তুলনা দ্বারা তাহা নির্ধারণ করিবার জন্য যে সকল অতিরিক্ত মাপ গ্রহণ করিতে হয়, উহাদিগকে প্রামাণিক লাইন কহে। কোন্ প্রকার ক্ষেত্রের কিরূপে জরিপ করিতে হয়, তাহা ক্ষেত্রের আকার দেখিয়া কার্যদক্ষ আমীন সহজেই ঠিক করিয়া লইতে পারেন। সুতরাং এস্থলে তৎসমুদয় বিবৃত করিবার প্রয়োজন নাই। পূর্বোক্ত পরিমিতির নিয়মগুলি বিশেষরূপ বুঝিতে পারিলে কি প্রকারে কোন্ প্রকার ক্ষেত্রের জরিপ করিতে হয় তাহা ক্রমশঃ বুঝিতে পারা যাইবে। নিম্নে ফীল্ডবুকের দুই একটি উদাহরণ প্রদত্ত হইতেছে।

উদাহরণ।

১। কগখঘ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটির জরিপ করিয়া কালি করিতে হইবে, মনে কর ক্ষেত্রটির কখ কণটীকে বেস লাইন ধরিয়া লওয়া হইল।

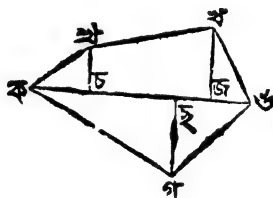
ফীল্ডবুক।

	কখ	
	৭৭৯	
গ পর্য্যন্ত ২৬৬	৪৭৮	
	১৭৮	ঘ পর্য্যন্ত ৩৩৫
	ক	মাণ উ-প

এই ফীল্ডবুক খানির তাৎপর্য্য এই যে, ক হইতে জরিপ আরম্ভ করিয়া বরাবর উত্তর পশ্চিম অভিমুখে খ ষ্টেসনের দিকে অগ্রসর হইয়া কঙু মাপা হইল, কঙু = ১৭৮ লিঙ্ক, পরে আমীন ও ষ্টেসন হইতে গ পর্য্যন্ত এড়ো মাপ লইল, এই এড়োমাপ ওগ = ২৬৬ লিঙ্ক ; তাহার পর আবার ও ষ্টেসনে ফিরিয়া আসিয়া কচ রেখার মাপ লওয়া হইল, কচ = ৪৭৮ লিঙ্ক ; পরে ঘচ লম্বের মাপ লওয়া হইল, ওচ = ৩৩৫ লিঙ্ক ; এবং পুনর্বার চ ষ্টেসনে ফিরিয়া আসিবার পর সমগ্র কখ লাইনের মাপ লওয়া হইল, কখ = ৭৭৯ লিঙ্ক ।

অতএব কখ  $\times \frac{১}{২}$  (গঙ+ঘচ) =  $\frac{১}{২}$  (৭৭৯  $\times$  ৬০১) = ২৩৪০  
৯০২ বর্গ লিঙ্ক = ২.৩৪০৯ একর = ২ একর ১ রুড, ১৪৩ পোল ।

	ও পর্য্যন্ত	
২৬০	১১২৫	
	৭৫০	
	৬২৫	২৫০ হইতে
খ পর্য্যন্ত ২৩০	৩০০	গ পর্য্যন্ত
	ক হইতে	



এই স্থলে জরিপ আমীন ক বিন্দুতে মাপ আরম্ভ করিয়া ও বিন্দুর দিকে অগ্রসর হইতেছে ; কচ = ৩০০ লিঙ্ক ; চ বিন্দুতে একটী লম্ব মাপ লওয়া হইয়াছে ঐ লম্ব চখ = ২৩০ লিঙ্ক ; কছ = ৬২৫ লিঙ্ক, এবং চ বিন্দুতে ছগ লম্ব = ২৫০ লিঙ্ক ; কজ = ৭৫০ লিঙ্ক, এবং জ বিন্দুতে অবস্থিত জঘ লম্ব = ২৬০ লিঙ্ক ; কঙ = ১১২৫ লিঙ্ক ।

এক্ষণে কচখ ত্রিভুজ =  $\frac{১}{২} \times ৩০০ \times ২৩০ = ৩৪৫০০$  খঘচজ  
ট্রাপীজিয়ড =  $\frac{১}{২} \times ৪৫০ \times ৪৯০ = ১১০২৫০$  ;

$$\text{জঘণ্ড ত্রিভুজ} = \frac{1}{2} \times ৩৭৫ \times ২৬০ = ৪৮৭৫০ ;$$

$$\text{কণ্ডগ ত্রিভুজ} = \frac{1}{2} \times ১১২৫ \times ২৫০ = ১৪০৬২৫ ;$$

$$\text{অতএব সমগ্র ক্ষেত্রফল} = ৩৩৪১২৫ \text{ লিঙ্গ} = ৪.৩৪১২৫ \text{ একর} \\ = ৩ \text{ একর } ১ \text{ রুড } ১৪.৬ \text{ পোল} ।$$

১৬ উদাহরণমালা ।

নিম্নলিখিত মাপগুলি দেখিয়া ক্ষেত্রগুলির নক্সা কর এবং কালি বাহির কর । মাপগুলি লিঙ্গে গৃহীত ।

১।\*

	উ পর্য্যন্ত	
ঘ পর্য্যন্ত ১০০	৫৫০	১১০ হইতে
	৪০০	
খ ১৫৫	৩৫০	গ
	১৮০	(উত্তর-১ এ)
	ক হইতে	

২।

	উ পর্য্যন্ত	
গ পর্য্যন্ত ৫০	৫০০	১৪০ হইতে ঘ
খ ১৬০	২২০	[উত্তর—১ একরের .৬২৬ ভাগ]
	১০০	
	ক হইতে	

৩।

	উ পর্য্যন্ত	
গ পর্য্যন্ত ১৩৬	৩০০	১৮০ হইতে ঘ
	২৪৩	১১২ হইতে খ
	১৬২	[উত্তর—১ একরের .৫৬২৮৩ ভাগ]
	৬৬	
	ক হইতে	

৪।

খ পর্য্যন্ত	উ পর্য্যন্ত	৮০ হইতে য
২০০	৪৫০	৯০ গ
	২৯০	[ উত্তর—১ একরের .৭১৬৫০ অংশ ]
	১৫০	
	ক হইতে	

৫।

৮	৭৮	৪
১৪	৫৩	৮ [ উত্তর—৭৬৬ বর্গ লিঙ্গ ]
৪	৩৬	৫
	২১	

৬। নিম্নলিখিত মাপ হইতে কথগ ক্ষেত্রটির নক্সা কর এবং উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

১০	২৫০ ক	[ উত্তর—১ একরের .৬৬২ অংশ ]
৫০	২০০	
০	০	
	০ গ	
	৩৯০ ক	
০	২০০	
৪০	১০০	
৩০	০	
১০	০ থ	
	৫৬০ থ	
০	১০০	
৩০	০	
০	উত্তর ০	
	৫২০ প	
	৫	

## পরিশিষ্ট ।

পারিতাষিক শব্দের ইংরাজী প্রতিবাক্য ।

শব্দ	ইংরাজী প্রতিবাক্য ।
উপপাদ্য	Theorem
সম্পাদ্য	Problem
রৈখিক পরিমাণ	Linear measure
সমকোণী ত্রিভুজ	Right-angled Triangle
সদৃশ ক্ষেত্র	Similar figure
বৃত্ত	Circle
বৃত্তখণ্ড	Segment of a Circle
বৃত্তক্ষেত্ৰ	Sector of a Circle
পরিধি	Circumference
ব্যাস	Diameter
জ্যা	Chord
ধনু বা পরিধিখণ্ড	Arc
ধনুর উন্নতি বা শর	Height of the arcs
বর্গপরিমাণ	Square measure
পরিমাণফল ক্ষেত্রফল বা কালি	Area
সমকোণী সমান্তরিক	Rectangle
অসমকোণী	Oblique Parallelogram
সমান্তরিক	Parallelogram
কক্ষ বা ত্রিভুজ	Triangle
লম্ব	Perpendicular



পরিশিষ্ট ।

শব্দ	ইংরাজি প্রতিবাক্য
চতুর্ভুজ ক্ষেত্র	Quadrilateral
ঋজুর্নৈখিক ক্ষেত্র	Rectilineal figure
বিষমক্ষেত্র	Irregular figure
বৃত্তাভাস	Ellipse
ক্ষেপণী	Parabola
জরিপ	Surveying
পরিমিতি বা ক্ষেত্রব্যবহার	Mensuration
ঘনপদার্থ	Solid
ঘনফল	Cubic measure
অঁকিবার কম্পাস	Drawing compasses
অর্দ্ধবৃত্তাকার চাঁদা	Semicircular Protractor
গজ	Scale

পরিশিষ্ট সমাপ্ত ।

---









